

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Российский фонд фундаментальных исследований  
**ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет  
имени Гагарина Ю. А.»**  
Институт радиотехники и электроники РАН  
Институт проблем точной механики и управления РАН  
ФГУ «Государственный НИИ информационных технологий и коммуникаций»  
ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет имени  
академика С. П. Королёва»

Саратовский научный центр РАН  
ОАО «КБ Электроприбор»  
Филиал ФГУП «НПЦАП им. академика Н. А. Пилюгина» ПО «Корпус»  
ОАО ЭОКБ «Сигнал» им. А. И. Глухарёва  
ФГУП НПП «АЛМАЗ»

# **ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, ОБРАБОТКИ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ**

**(АТМ-2013)**

**СБОРНИК ТРУДОВ  
III МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
Сентябрь 2013 года**

Том 1

**Саратов 2013**

УДК 681.51 + 004.9

ББК 32.965

П78

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я :

Доктор технических наук, профессор А. А. Львов (общая редакция)

Член-корреспондент РАН, д.т.н., профессор А. Ф. Резчиков

Доктор физико-математических наук, профессор В. Б. Байбурин

Доктор физико-математических наук, профессор Е. Ю. Альтшулер

Доктор технических наук, профессор А. А. Большаков

Доктор технических наук, профессор Ю. В. Садомцев

Доктор технических наук, доцент М. С. Светлов

П78

Проблемы управления, обработки и передачи информации (АТМ-2013): сб. тр. III Междунар. науч. конф.: в 2 т. / под ред. А.А. Львова и М.С. Светлова. Саратов: Издательский дом «Райт-Экспо», 2013. – Т.1. – 330 с.

ISBN 978-5-4426-0021-6

В сборнике публикуются избранные труды участников III Международной научной конференции «Проблемы управления, обработки и передачи информации (АТМ-2013)», состоявшейся в сентябре 2013 г. в Саратовском государственном техническом университете имени Гагарина Ю.А.

Представленные материалы отражают современные подходы к созданию и использованию методов современной теории управления, распределенных информационно-управляющих систем, цифровой обработки сигналов в информационно-управляющих системах, автоматизации решения сложных вычислительных задач, автоматизации управления в административных, финансовых и коммерческих сферах.

Сборник ориентирован на специалистов, занимающихся разработкой и применением методов теории управления, интеллектуальных систем, компьютерных технологий для анализа и синтеза систем управления, технических, технологических и социально-экономических систем.

Тезисы и доклады рецензированы и отредактированы Программным комитетом конференции.

УДК 681.51 + 004.9

ББК 32.965

© Коллектив авторов, 2013

ISBN 978-5-4426-0021-6

**СЕКЦИЯ 1**

**ТЕОРИЯ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ**

Заключение. Основными преимуществами предложенного способа является его простота и гарантируемая устойчивость замкнутой системы в случае упрощения.

В заключение отметим, что данная техника понижения порядка регуляторов может быть обобщена на многомерный случай.

1. Zhou, K. Essentials of Robust Control / K. Zhou, J. C. Doyle. – New Jersey: Prentice-Hall, 1998.
2. Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры / В. А. Бойченко [и др.] // Управление большими системами, 2007. – №19. – С. 23–126.
3. Честнов, В. Н. Упрощение структуры статических и динамических регуляторов / В. Н. Честнов, Ж. В. Зацепилова // Математические методы в технике и технологиях (ММТТ-23): сборник трудов XXIII Междунар. науч. конф. // Саратов: СГТУ, 2010. – Т. 10. Секция 11. – С. 61-64.
4. Честнов, В. Н. Подход к упрощению регуляторов линейных многомерных систем // Тез. докл. Междунар. конф. по проблемам управления. – М: ИПУ РАН. 2003. – Т. 1. – С. 37.
5. Doyle, J. Feedback Control Theory / J. Doyle, B. Francis, A. Tannenbaum. – Macmillan Publishing Co., 1990.

## **К ПОНИЖЕНИЮ ПОРЯДКА РЕГУЛЯТОРОВ ПО ВЫХОДУ НА БАЗЕ КРИТЕРИЯ НАЙКВИСТА. СКАЛЯРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

Зацепилова Ж. В.<sup>1</sup>, Честнов В. Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ОАО Электростальский завод тяжелого машиностроения, janhet@yandex.ru,

<sup>2</sup>ОАО Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,  
vnchest@rambler.ru

Известно, что при синтезе регуляторов на основе современных технологий ( $H_\infty$ ,  $H_2$ ,  $\mu$ ) получают достаточно высокий порядок управляющих устройств, часто много превышающий порядок объекта. Данное обстоятельство нежелательно с технической точки зрения.

Однако для задачи упрощения полученного регулятора не существует универсального решения, так как понижение порядка полученного регулятора всегда ведет за собой снижение показателей качества системы.

Обычно используют два основных подхода к упрощению [1]. Первый - понижение порядка (редукция) модели объекта и далее синтез более простого регулятора. Второй – упрощение регулятора, полученного на основе полной модели объекта. Данная работа выполнена в русле второго направления.

Предлагаемый подход к понижению порядка динамических регуляторов опирается на использование классического критерия Найквиста в случае размыкания замкнутой системы «объект-регулятор» по элементам разложения

## 1. Теория систем управления

передаточной функции регулятора на сумму фазовращательных (all-pass) функций с коэффициентами, равными ее ганкелевым сингулярным числам [2].

Силу влияния обратной связи, образованной данным элементом, можно оценить «в классическом смысле», оценив модуль частотной передаточной функции такой разомкнутой системы на всем вещественном диапазоне частот. При «малом усилении», когда годограф Найквиста такой разомкнутой системы не охватывает критическую точку  $(-1, j0)$ , этим элементом регулятора можно пренебречь. При этом передаточная функция замкнутой системы будет изменяться на величину такого же порядка малости.

Постановка задачи. Рассмотрим модель объекта управления:

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad z = y = cx; \quad (1)$$

совместно с динамическим стабилизирующим регулятором по выходу:

$$\dot{x}_c = A_c x_c + b_c (g - y), \quad u = c_c x_c + d_c (g - y), \quad (2)$$

где  $x \in R^n$  – вектор состояния объекта;  $u \in R^1$  – управляющее воздействие;  $z \in R^1$  – регулируемая переменная;  $g \in R^1$  – задающее воздействие;  $y \in R^1$  – измеряемая переменная;  $x_c \in R^{n_c}$  – вектор состояния регулятора;  $A, A_c$  – матрицы чисел;  $b, b_c$  – векторы столбцы;  $c, c_c$  – векторы строки;  $d_c$  – скаляр.

Предполагается, что система (1), (2) асимптотически устойчивая.

Задача. Понизить порядок регулятора, т.е. среди переменных состояния регулятора найти такие, которые можно удалить, сохранив передаточную функцию замкнутой системы с заданной относительной точностью  $\varepsilon$ :

$$\left| \frac{T_{yg}(j\omega) - T_{yg}^0(j\omega)}{T_{yg}(j\omega)} \right| < \varepsilon, \quad (3)$$

где  $T_{yg}$  и  $T_{yg}^0$  – передаточные функции замкнутой системы с исходным и редуцированным регулятором.

Решение задачи на основе критерия Найквиста. В разложении Гловера [2] передаточной функции регулятора:

$$W_c(s) = D_0 + \sigma_1 E_1(s) + \sigma_2 E_2(s) + \dots + \sigma_n E_n(s). \quad (4)$$

$|E_i(j\omega)| = 1$  для всех  $\omega \in [0, \infty)$  – фазовращательные звенья (all-pass функции),  $\sigma_i$  – ганкелевы сингулярные числа  $\sigma_i = \{\lambda_i(PQ)\}^{1/2}$ , которые определяются через грамианы управляемости и наблюдаемости регулятора:

$$P = \int_0^{\infty} e^{At} b_c b_c' e^{A't} dt, \quad Q = \int_0^{\infty} e^{A't} c_c' c_c e^{At} dt \quad \text{путем решения уравнений}$$

Ляпунова:

$$A_c P + P A_c' + b_c b_c' = 0, \quad A_c' Q + Q A_c + c_c' c_c = 0. \quad (5)$$

Структурную схему системы (1), (4), (5) можно представить в виде, представленном на рис. 1.

На рис.1  $W_{об}(s) = c(sI - A)^{-1}b$  – передаточная функция объекта по управлению.

Передаточная функция разомкнутой системы по  $i$ -му слагаемому регулятора

$$W_{раз}^i(s) = \frac{W_{об}(s)}{1 + W_0(s)W_{об}(s)} \cdot \sigma_i E_i(s), \quad (6)$$

где передаточная функция замкнутой системы с редуцированным регулятором определяется видом:

$$T_{yg}^0(s) = \frac{W_0(s)W_{об}(s)}{1 + W_0(s)W_{об}(s)}. \quad (7)$$

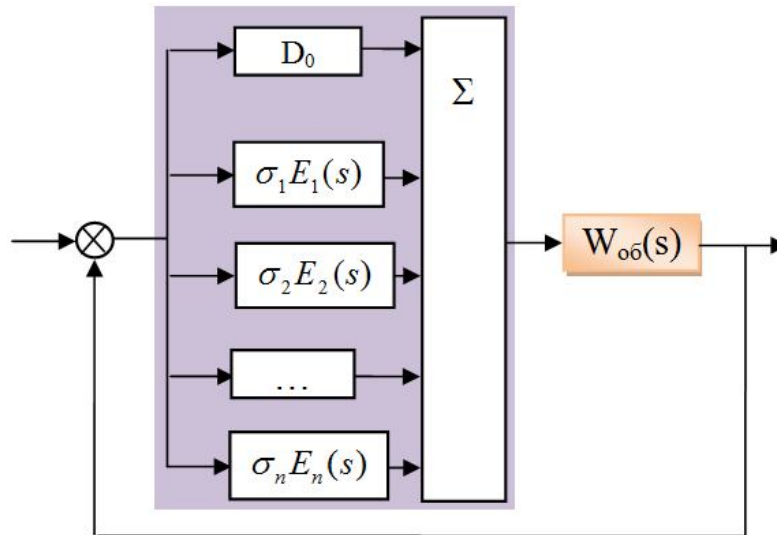


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы (1), (4), (5)

Связь входов и выхода в замкнутой системе:

$$y = \left( \frac{T_{yg}^0(s)}{1 + W_{раз}^i(s)} + \frac{W_{раз}^i(s)}{1 + W_{раз}^i(s)} \right) g. \quad (8)$$

Для определения характера влияния  $i$ -го слагаемого разложения передаточной функции регулятора на поведение замкнутой системы (1), (2) необходимо построить годограф разомкнутой системы (6).

Утверждение. Если выполнено частотное условие:

$$\left| W_{раз}^i(j\omega) \right| < \varepsilon, \quad \forall \omega \in [0, \infty), \quad (9)$$

то целевое неравенство (3) будет выполняться для всех частот  $\omega$ , не превышающих частоту среза исходной разомкнутой системы  $W_{раз}(s) = W_c(s)W_{об}(s)$ .

При реализации процедуры динамика  $i$ -го слагаемого  $\sigma_i E_i(s)$  (начиная с последнего), по которому производится размыкание, отбрасывается, а коэффициент усиления звена и общий коэффициент усиления регулятора сохраняются. Удаление динамической части соответствующего слагаемого, начиная с последнего, понижает порядок регулятора на единицу.

Численный пример. Продемонстрируем эффективность предложенного подхода к упрощению регулятора на численном примере «Flexible Beam Continued» [3].

Объект описывается передаточной функцией:

$$W_{об}(s) = \frac{-6,4750s^2 + 4,0302s + 175,7700}{s(5s^3 + 3,5682s^2 + 139,5021 + 0,0929)}.$$

Регулятор, полученный в [3] имеет передаточную функцию:

$$W_c(s) = \frac{a + b}{c + d},$$

где  $a = 1,424s^7 + 9,076 \cdot 10^2 s^6 + 3,141 \cdot 10^4 s^5 + 1,117 \cdot 10^5 s^4$ ;

$b = 9,073 \cdot 10^5 s^3 + 1,961 \cdot 10^6 s^2 + 1,306 \cdot 10^3 s + 0,01406$ ;

$c = s^8 + 1,013 \cdot 10^3 s^7 + 1,326 \cdot 10^4 s^6 + 1,129 \cdot 10^5 s^5 + 6,326 \cdot 10^5 s^4$ ;

$d = 2,348 \cdot 10^6 s^3 + 4,940 \cdot 10^6 s^2 + 3,440 \cdot 10^6 s + 3,435 \cdot 10^3$ .

Регулятор  $W_c(s)$  имеет  $D_0 = 7,4 \cdot 10^{-5}$  и ганкелевы сингулярные числа 0,3984; 0,3330; 0,2211; 0,2146; 0,0685; 0,0039; 0,0003; 0,0001. Упростить исходный регулятор можно по последним четырем слагаемым разложения (4) передаточной функции регулятора.

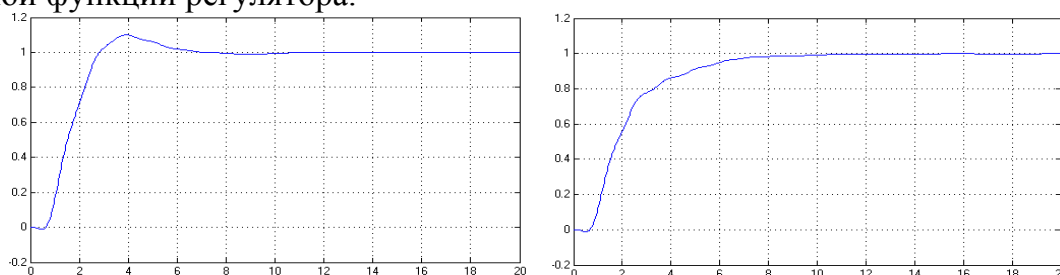


Рис. 2. Реакция выхода у системы с исходным и редуцированным регулятором на единичное ступенчатое воздействие

Заключение. Основным преимуществом предложенного способа является гарантируемая устойчивость замкнутой системы в случае упрощения. При этом предложенная технология понижения порядка регуляторов не зависит от способа получения регулятора.

В заключение можно отметить, что схема упрощения регуляторов системы с одним входом и одним выходов (*SISO*), предложенная в данной работе, ориентирована и на многомерные системы (*MIMO*).

1. Zhou, K. Essentials of Robust Control / K. Zhou, J. C. Doyle. – New Jersey: Prentice-Hall, 1998.
2. Glover, K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their  $L_\infty$ -error bounds / K. Glover // Int.J.Control, 1984. – Vol. 39. – № 6. – P. 1115-1193.

3. Doyle, J. Feedback Control Theory / J. Doyle, B. Francis, A. Tannenbaum. – Macmillan Publishing Co., 1990.

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

Коваль В. А., Лапшин Д.А., Торгашова О. Ю.

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.,  
Olgatorg@gmail.com

Введение. При решении задач анализа и синтеза распределенных систем управления на основе спектрального метода [1] часто используются ортонормированные системы тригонометрических функций, на основе которых вычисляются матрицы граничных условий, входящие в систему матричных уравнений в форме Коши, записанных относительно спектральных характеристик. Значения тригонометрических функций и их производных на границах могут быть равны нулю, что приводит к отсутствию управляемости и наблюдаемости в спектральной области представления. Этого можно избежать (в случае управления с границ), если провести замену переменной в исходном дифференциальном уравнении, граничных и начальных условиях.

В результате преобразования граничные условия становятся однородными, а управление переходит в правую часть исходного дифференциального уравнения.

Для ряда задач, решаемых на основе спектрального метода, предлагаемое преобразование упрощает процесс выбора ортонормированной системы разложения, используемой при спектральном методе решения задач анализа и синтеза распределенных систем.

Задача перехода к однородным граничным условиям часто решается при создании математических моделей распределенных объектов управления (упругие конструкции) [2].

Постановка задачи. Доказать возможность использования предложенной в работе «квазистационарной» составляющей решения для представления дифференциального уравнения и начальных условий в новых переменных с нулевыми граничными условиями.

Преобразование дифференциального уравнения, начальных и граничных условий. Рассмотрим решение поставленной задачи на примере неоднородного дифференциального уравнения с частными производными параболического вида, описывающего процесс распространения тепла в стержне при неоднородных граничных и ненулевых начальных условиях.

Рассматриваемое дифференциальное уравнение в безразмерной форме имеет вид:

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, \infty), \quad (1)$$