

## АЛГОРИТМ ЧАСТОТНОГО АДАПТИВНОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА

**А.Г. Александров, И.Г. Резков**

*Институт Проблем Управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*

**М.В. Паленов**

*Электростальский Политехнический Институт филиал  
Московского Института Стали и Сплавов (технологический университет)*

### Аннотация

*Приводятся результаты экспериментальных исследований частотного адаптивного регулятора ЧАР-ПИД-1, реализованного на промышленном контроллере WinCon W-8341 в виде программы на языке С#. Коэффициенты объекта неизвестны и могут изменяться через некоторые промежутки времени; на объект действует внешнее возмущение, которое является неизвестной функцией.*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Самонастраивающиеся и адаптивные ПИ- и ПИД-регуляторы широко используются в управлении технологическими процессами [1], [2]. Их алгоритмы базируются на идентификации объекта управления. Часто используются различные вариации метода наименьших квадратов, работающие с тем предположением, что внешнее возмущение есть «белый шум» [3]. Но на практике такое предположение редко выполняется, и регуляторы, использующие такой алгоритм идентификации, не работоспособны. За последнее десятилетие методы адаптации активно развивались, теперь внешнее возмущение может представлять собой неизвестную ограниченную функцию. Для этих случаев алгоритм конечно-частотной идентификации был предложен в [4], [5]. В [6] алгоритм адаптивного управления базируется на методе конечно-частотной идентификации и синтезе регулятора, взятого из [7]. Такой алгоритм адаптивного управления может быть реализован на различных промышленных контроллерах. При экспериментальных исследованиях использовался промышленный контроллер WinCon W-8341 [8].

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется асимптотически устойчивая система управления, описываемая уравнениями:

$$T^{[i]}y(t) + y(t) = K^{[i]}u(t - \tau^{[i]}) + f(t),$$

$$t_{i-1} \leq t < t_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$g^{[i]}\dot{u} + u = k_c^{[i]} \left( \varepsilon + \frac{1}{T_i^{[i]}} \int_{t_0}^t \varepsilon dt + T_d^{[i]} \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon = y_{sp} - y - v \quad (3)$$

где  $y(t)$  и  $u(t)$  – измеряемые выходы объекта (1) и регулятора (2),  $y_{sp}(t)$  – измеряемое задающее воздействие,  $f(t)$  – неизмеряемое внешнее возмущение, являющаяся неизвестной ограниченной функцией ( $|f(t)| \leq f^*$ ),  $v(t)$  – испытательный (идентифицирующий) сигнал, который является известной функцией времени,  $\varepsilon$  –

ошибка слежения. Коэффициенты объекта (1) ( $K^{[i]}$ ,  $T^{[i]}$ ,  $\tau^{[i]}$ ) и регулятора (2) ( $k_c^{[i]}$ ,  $T_i^{[i]}$ ,  $T_d^{[i]}$ ,  $g^{[i]}$ ) – неизвестные числа,  $i$  – номер режима работы объекта.

Коэффициенты объекта изменяются в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_N$ , и постоянны внутри интервалов времени

$$t_{i-1} \leq t < t_i, i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

Моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_N$  известны, либо они находятся в процессе адаптации. Длина интервалов (4) такова, что  $t_{i+1} - t_i > t_{ad}^{[i]}$  ( $i = \overline{2, N-1}$ ), где  $t_{ad}^{[i]}$  – время адаптации на  $i$ -м интервале ( $i = \overline{1, N}$ ).

Кроме того, предполагается следующее:

- 1) коэффициенты объекта, работающего в первом режиме, известны;
- 2) коэффициенты объекта мало изменяются при переходе объекта с режима на режим так, что регулятор, построенный для  $i$ -го режима работы объекта, не нарушает устойчивость системы в  $(i+1)$ -ом режиме работы объекта.

Задача состоит в том, чтобы адаптировать коэффициенты регулятора (2) к изменяющимся коэффициентам объекта так, чтобы ошибка слежения на каждом интервале была ограниченной:

$$|\varepsilon^{[i]}| \leq \varepsilon^*, t \geq t_{ad}^{[i]} \quad (5)$$

где  $\varepsilon^*$  – положительное число.

Длительность адаптации  $t_{ad}^{[i]}$  на  $i$ -м интервале зависит от интенсивности внешнего возмущения, которая определяется как

$$K_y^{[i]} = \frac{\max_{t_{i-1} \leq t \leq t_i} |y(t) - y_{sp}|}{y_{sp}}, i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

где  $y(t)$  – выход объекта при отсутствии испытательного сигнала ( $v = 0$ )

Кроме того, оно зависит от коэффициента влияния испытательного сигнала, который находится как:

$$K_v^{[i]} = \frac{\max_{t_{i-1} \leq t \leq t_i} |y_v(t) - y_{sp}|}{\max_{t_{i-1} \leq t \leq t_i} |y(t) - y_{sp}|}, i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

В процессе экспериментов исследовалась, в частности, зависимость времени адаптации от коэффициента влияния испытательного сигнала для различных интенсивностей возмущений.

### 3. БЛОК-СХЕМА ЧАР-ПИД-1

Блок-схема системы с частотным адаптивным ПИД-регулятором приведена на рис. 1.

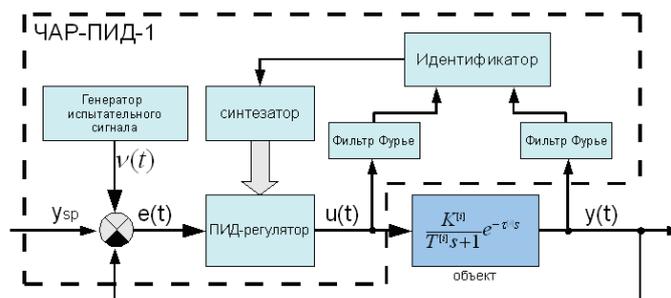


Рис. 1. Блок-схема системы с частотным адаптивным ПИД-регулятором

### 3.1. Генератор испытательного сигнала

Далее для упрощения записи в формулах символ  $[i]$  опускается. Испытательный сигнал имеет вид:

$$\begin{aligned} v(t) &= \rho_1 \sin \omega_1 t + \rho_2 \sin \omega_2 t, \\ \omega_1 &< \omega_2, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\rho_i$  и  $\omega_i$  ( $i = \overline{1,2}$ ) положительные числа.

Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяются как:

$$\omega_1 = \frac{1}{\hat{T}}, \quad \omega_2 = 2\omega_1, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

где  $\hat{T}$  – оценка постоянной времени объекта.

Амплитуды определяются как:

$$\rho_1 = \rho, \quad \rho_2 = 2\rho \quad (10)$$

где положительный параметр  $\rho$  самонастраивается так, чтобы выполнялось условие  $K_v = K_v^*$ , где  $K_v^*$  – заданное число.

### 3.2. Фильтр Фурье

Фильтр Фурье имеет вид:

$$\begin{aligned} a_{yk}(\varkappa) &= \frac{2}{\rho_k \varkappa} \int_{t_F}^{t_F + \varkappa} y(t) \sin \omega_k t dt, \\ b_{yk}(\varkappa) &= \frac{2}{\rho_k \varkappa} \int_{t_F}^{t_F + \varkappa} y(t) \cos \omega_k t dt, \\ a_{uk}(\varkappa) &= \frac{2}{\rho_k \varkappa} \int_{t_F}^{t_F + \varkappa} u(t) \sin \omega_k t dt, \\ b_{uk}(\varkappa) &= \frac{2}{\rho_k \varkappa} \int_{t_F}^{t_F + \varkappa} u(t) \cos \omega_k t dt, \end{aligned} \quad (11)$$

$$(k = 1, 2)$$

где  $\varkappa$  – время фильтрации,  $t_F$  – время начала фильтрации.

### 3.3. Идентификатор

Идентификатор вычисляет оценки

$$\hat{T}^2 = \frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega_1^2 (\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \omega_2^2 (\alpha_2^2 + \beta_2^2)}, \quad (12)$$

$$\hat{K}^2 = (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(T^2 \omega_2^2 + 1);$$

$$\hat{\tau} = -\frac{1}{\omega_1} \operatorname{arctg} \frac{\beta_1 + T \alpha_1 \omega_1}{\alpha_1 - T \beta_1 \omega_1}, \quad \omega_1 \hat{\tau} < \frac{\pi}{2}, \quad (13)$$

где

$$\alpha_k = \frac{a_{yk}a_{uk} + b_{yk}b_{uk}}{a_{uk}^2 + b_{uk}^2},$$

$$\beta_k = \frac{-a_{yk}b_{uk} + b_{yk}a_{uk}}{a_{uk}^2 + b_{uk}^2} \quad (14)$$

( $k = 1, 2$ ).

### 3.4. Синтезатор

Синтезатор вычисляет параметры регулятора по формулам:

$$k_c = \frac{2\hat{T} + \hat{\tau}}{2\hat{K}(\lambda + \hat{\tau})}, \quad T_i = \frac{2\hat{T} + \hat{\tau}}{2},$$

$$T_d = \frac{\hat{T}\hat{\tau}}{2\hat{T} + \hat{\tau}}, \quad g = \frac{\lambda\hat{\tau}}{2(\lambda + \hat{\tau})} \quad (15)$$

Здесь  $\lambda$  – некоторое заданное малое число, определяющее динамику замкнутой системы.

При таком регуляторе, компенсирующем динамические свойства объекта, уравнения системы (1), (2) с высокой степенью точности описываются (при  $v = 0$ ) уравнением [7]:

$$\lambda\dot{y} + y = y_{sp}(t - \tau), \quad (16)$$

## 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 4.1. Экспериментальный стенд

Для экспериментального исследования ЧАР-ПИД-1 был разработан стенд ФМ-2. Он состоит из промышленного контроллера WinCon W8341, содержащего 12-битные ЦАП и АЦП, и IBM-совместимого одноплатного промышленного компьютера Athena со встроенными ЦАП и АЦП. ЧАР-ПИД-1 работает на промышленном контроллере WinCon, а объект имитируется компьютером Athena [9]. Внешний вид стенда показан на рис. 2.

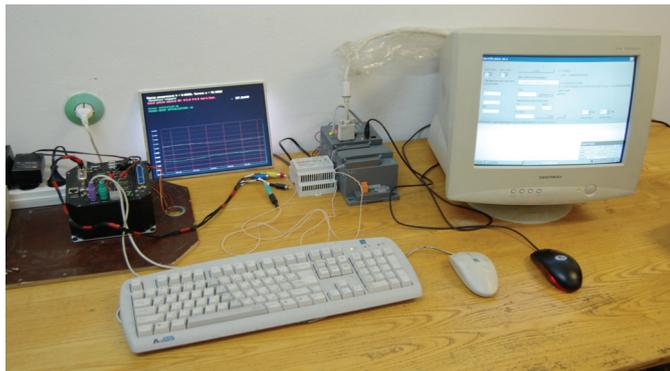


Рис. 2. Экспериментальный стенд ФМ-2

#### 4.1.1. Имитатор объекта

Имитатор объекта – это программа на языке C++, для промышленного компьютера Athena, имитирующая объект с коэффициентами, приведенными в табл. 1.

Таблица 1. Параметры объекта

Режим работы	K	T, с	$\tau$ , с	Режим работы	K	T, с	$\tau$ , с
I	3	5	1	V	5	4	1.5
II	3	4	1.5	VI	5.6	3	1
III	4	5.84	1.7	VII	7.9	2.84	1.2
IV	5	5	2				

Внешнее возмущение  $f(t)$  является случайным процессом типа "белый шум", а задающий сигнал  $y_{sp}(t) = 5 V$ .

#### 4.1.2. Регулятор

ЧАР-ПИД-1 – это программа на языке C# для контроллера WinCon W8341. Алгоритм работы регулятора приведен в разделе 3.

#### 4.2. Результаты экспериментов

Коэффициенты объекта для первого режима известны. Коэффициенты ПИД-регулятора для первого интервала вычисляются по формуле (15) (при  $\lambda = 0.4$ ):

$$k_c = 1.3, T_i = 5.5, T_d = 0.45, g = 0.14 \quad (17)$$

##### 4.2.1. Потеря устойчивости системы без адаптации

Объект (1), работая последовательно, сменяя режимы с I по IV, замкнут с регулятором (2), коэффициенты которого (17) не изменяются в ходе эксперимента. Результаты приведены на рис. 3.

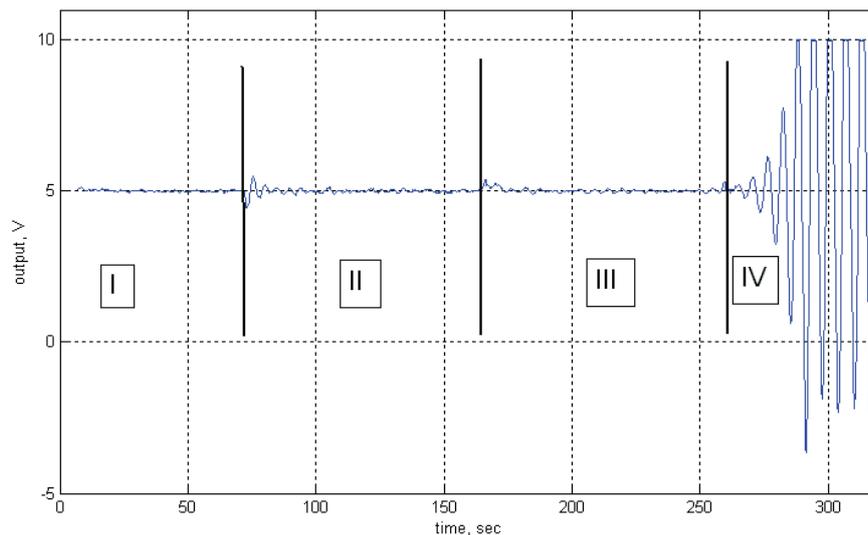


Рис. 3. Результаты эксперимента 1

На рис. 3 режимы объекта обозначены как I, II, III, IV.

Нетрудно видеть, что на IV режиме система теряет устойчивость.

### 4.2.2. Адаптивное управление

Во втором эксперименте объект работает в режимах с I по VII (в соответствии с табл. 1).

Регулятор ЧАР-ПИД-1 работает по алгоритму, приведенному в разделе 3. Результаты эксперимента приведены на рис. 4, 5.

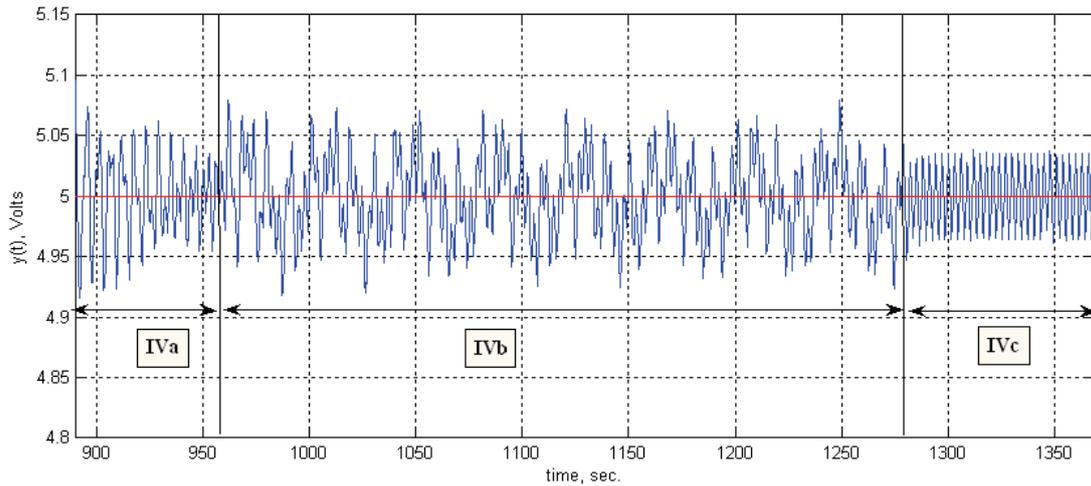


Рис. 4. Процесс адаптации в режиме IV

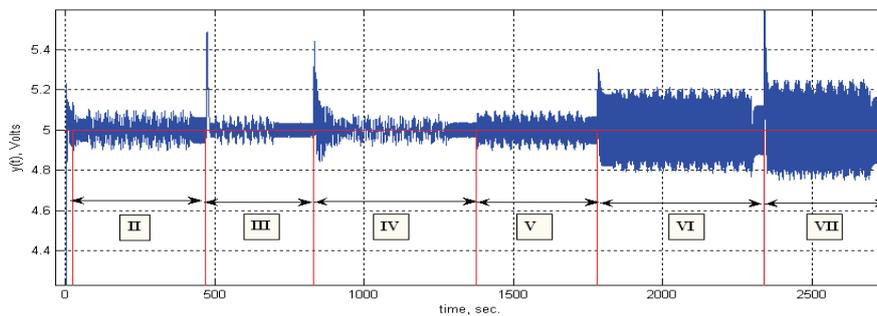


Рис. 5. Выход системы при работе объекта последовательно в режимах с I по VII

На рис. 4 показано поведение системы в IV режиме объекта. В секции IVa коэффициенты регулятора те же, что и в III режиме объекта; в части IVb осуществляется идентификация объекта в замкнутой системе; в части IVc регулятор перестроен для IV режима объекта.

На рис. 5. показан выход системы при работе регулятора последовательно во всех режимах работы объекта.

Нетрудно видеть, что после введения адаптации на всех семи режимах объекта сохраняется устойчивость замкнутой системы.

### 4.2.3. Исследование зависимости времени адаптации от коэффициента влияния $K_v$ испытательного сигнала

Исследовался объект во II-м режиме и регулятором с коэффициентами (17), полученными для I-го режима. На рис. 6-9 приведены графики процессов адаптации для двух

значений коэффициентов влияния испытательного сигнала  $K_v = 2.6$  и  $3.5$ , и двух коэффициентов интенсивности внешних возмущений  $K_y = 0.028$  и  $0.125$ , из которых следует, что длительность идентификации слабо зависит от интенсивности внешнего возмущения (при одном и том же коэффициенте влияния испытательного сигнала), но существенно зависит от коэффициента влияния испытательного сигнала.

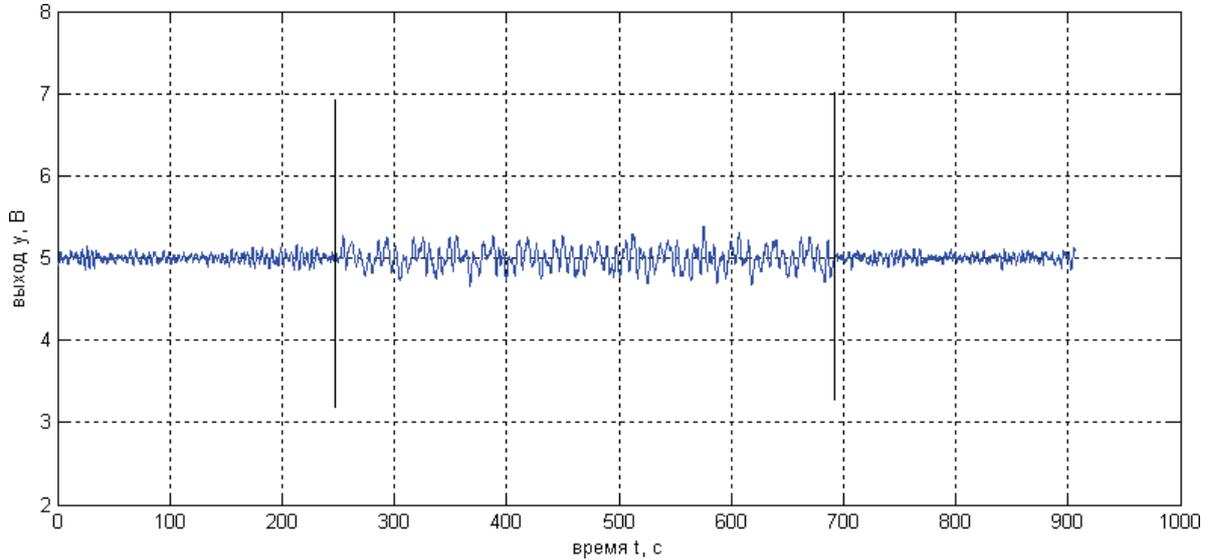


Рис. 6.  $K_y = 0.028$ ,  $K_v = 2.68$ ,  $t_{ad} = 439c$  ( $T = 4c$ )

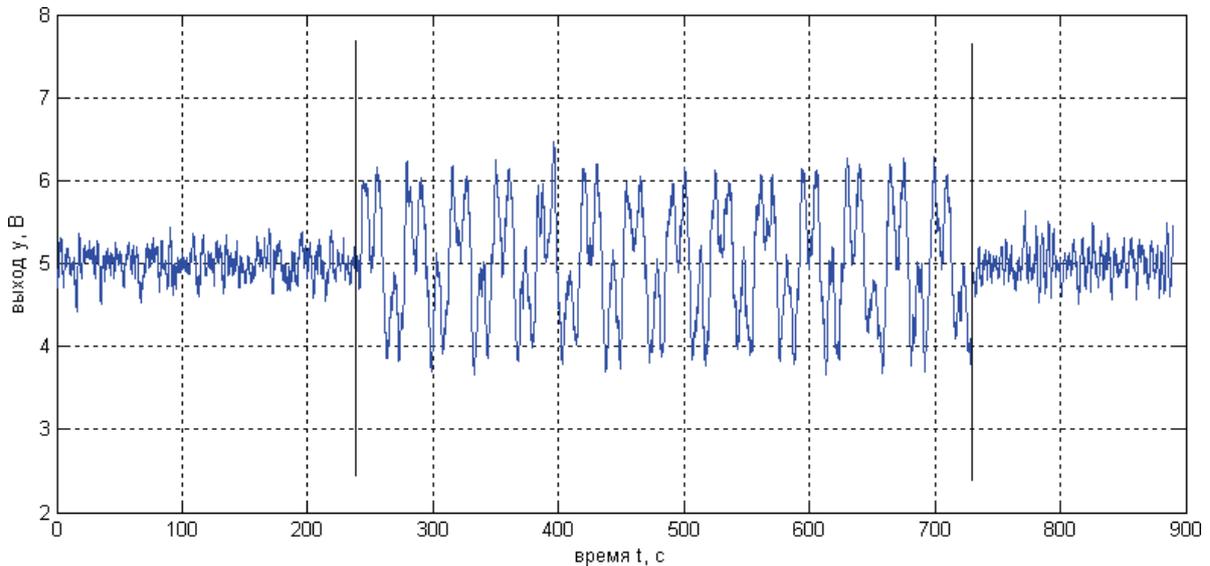


Рис. 7.  $K_y = 0.115$ ,  $K_v = 2.57$ ,  $t_{ad} = 488c$  ( $T = 4c$ )

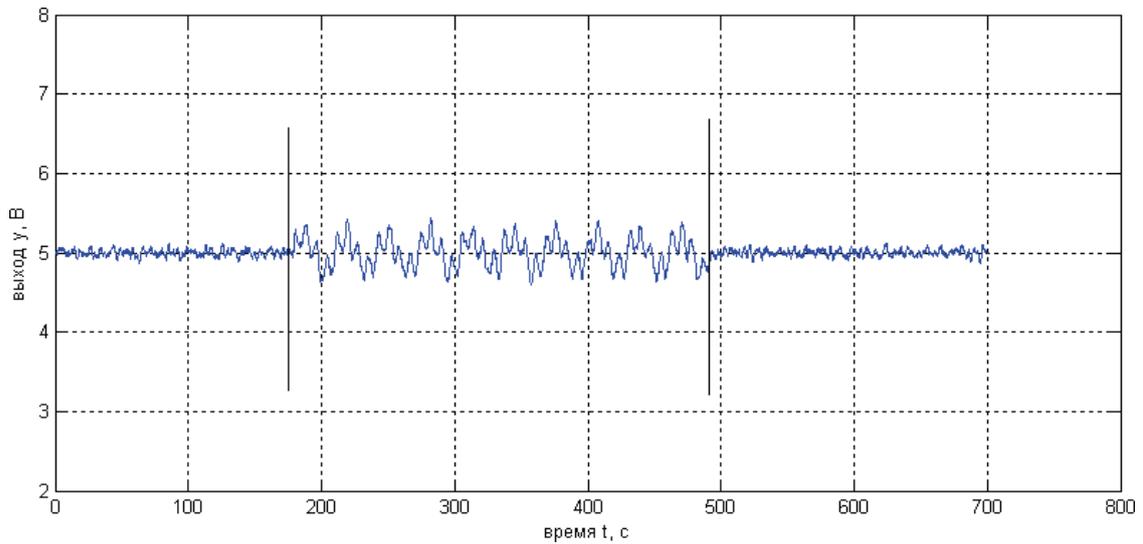


Рис. 8.  $K_y = 0.028$ ,  $K_v = 3.42$ ,  $t_{ad} = 313c$  ( $T = 4c$ )

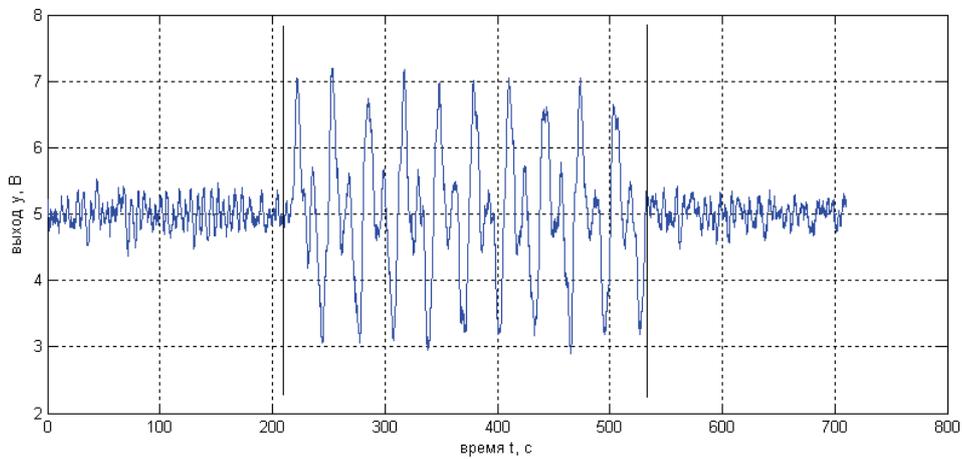


Рис. 9.  $K_y = 0.125$ ,  $K_v = 3.51$ ,  $t_{ad} = 313c$  ( $T = 4c$ )

На рис. 10-12 приводятся процессы адаптации для объекта с параметрами  $K = 3$ ,  $T = 5$  при различных значениях запаздывания  $\tau$ .

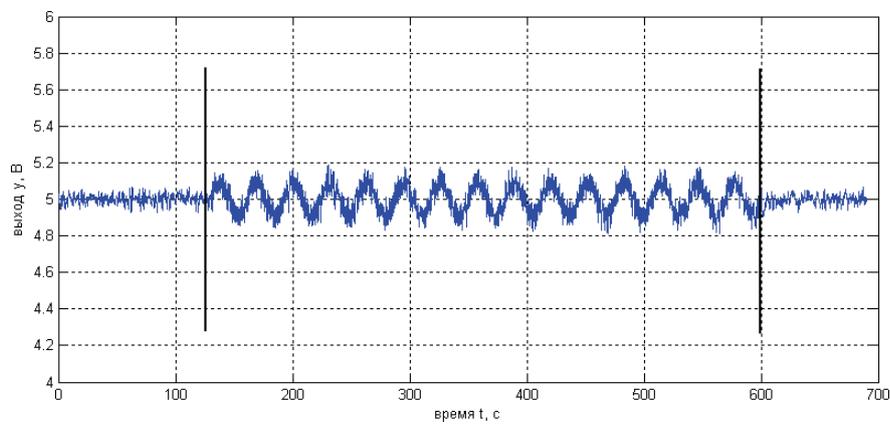


Рис. 10.  $K_y = 0.074$ ,  $K_v = 2.51$ ,  $t_{ad} = 470c$  ( $\tau = 0.5c$ )

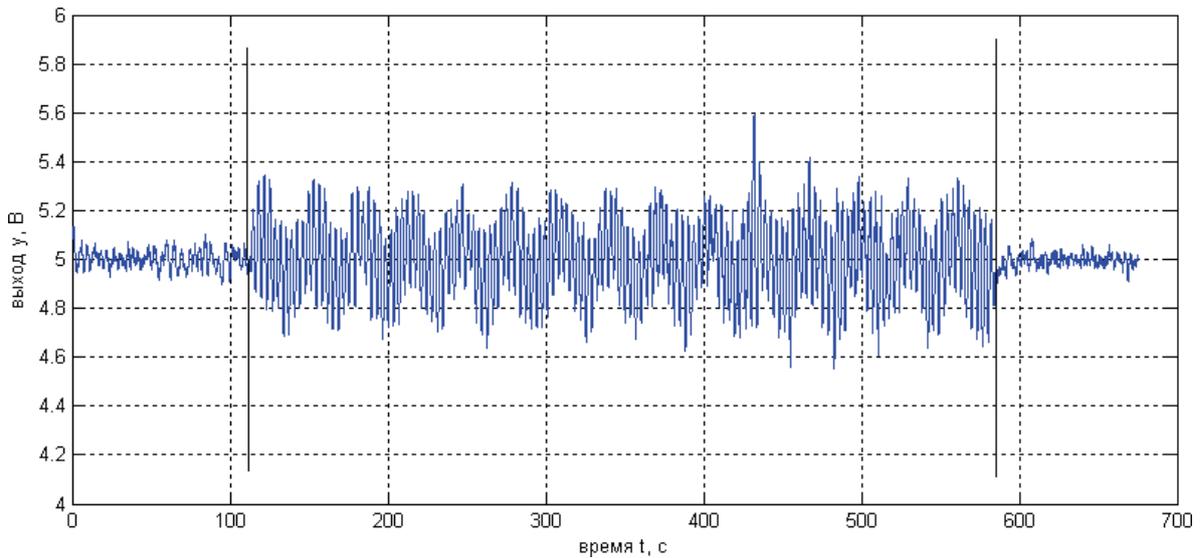


Рис. 11.  $K_y = 0.134$ ,  $K_v = 4.39$ ,  $t_{ad} = 470c$  ( $\tau = 1c$ )

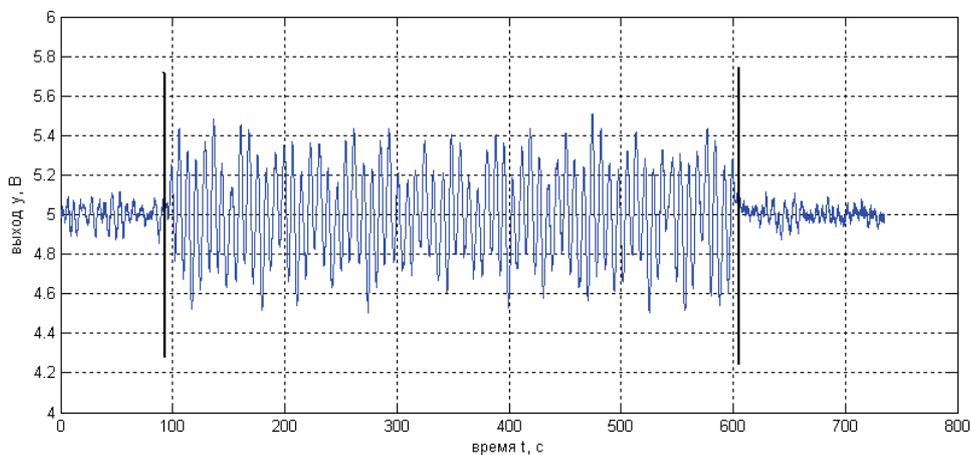


Рис. 12.  $K_y = 0.147$ ,  $K_v = 3.46$ ,  $t_{ad} = 502c$  ( $\tau = 2c$ )

Нетрудно видеть, что время идентификации слабо зависит от величины запаздывания  $\tau$ .

### Список литературы

1. Voda A. A., Landau I. D. A method for the Auto-calibration of PID Controllers // Automatica. 1995. Vol. 31. No 1. P. 41-53.
2. Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID Control. – ISA, 2006.
3. Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователей. – М.: Наука, 1991.
4. Александров А. Г. Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик // Известия РАН: Теория и системы управления. 1995. № 2. С. 63-71.
5. Alexandrov A. G., Baukova N.G. Frequencial adaptive PDD-controller // Proceedings of the UKACC International Conference on Control. Cambridge, 2000.
6. Александров А.Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Труды IX Международной Четаевской конференции "Аналитическая механика, устойчивость и управление движением", посвященной 105-летию Н.Г. Четаева. Иркутск, 2007. Том 3: Управление и оптимизация. С. 6-13.

7. Visioli A. Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID Controllers // Preprints of 15<sup>th</sup> Triennial Word Congress. Barcelona, Spain, 2002.

8. W-8x4x Hardware Specification, 2009. [online]. URL: [http://www.icpdas.com/products/PAC/wincon-8000/8x4x\\_hardware\\_specification.htm](http://www.icpdas.com/products/PAC/wincon-8000/8x4x_hardware_specification.htm). [Date visited: 01 February 2009].

9. DIAMOND SYSTEMS CORPORATION, 2009. [online]. URL: <http://www.diamondsystems.com/products/athena>. [Date visited: 01 February 2009].

*Александров Альберт Георгиевич, Резков Илья Геннадьевич – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, e-mail: alex7@ipu.ru, fagoth@mail.ru.*

*Паленов М.В. – Электростальский Политехнический Институт филиал Московского Института Стали и Сплавов (технологический университет), e-mail: MAX\_ELEK@mail.ru.*