

© 2014 г. А.Г. АЛЕКСАНДРОВ, д-р физ.-мат. наук
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва),
Ю.Ф. ОРЛОВ, д-р физ.-мат. наук
(ЭПИ МИСиС, Электросталь),
М.В. ПАЛЕНОВ, канд. техн. наук
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

КОНЕЧНО-ЧАСТОТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ¹

Предлагается метод конечно-частотной идентификации для устойчивых объектов с запаздыванием в присутствии неизвестного внешнего возмущения и помех измерения. Этот метод использует испытательный сигнал, представляющий из себя сумму гармоник, количество которых не превышает числа коэффициентов объекта. Для однозначного определения величины запаздывания предложен подход, использующий испытательный сигнал, представляющий собой произведение синусоидальной и экспоненциальной функций. На основе этого подхода составлены два алгоритма идентификации: первый – для отдельной идентификации коэффициентов и величины запаздывания, второй – для совместной их идентификации.

1. Введение

В настоящее время теория управления располагает многими методами для идентификации объектов, описываемых дифференциальными уравнениями. Условно эти методы можно разделить на две категории в зависимости от предположений о помехах измерения и внешних возмущениях, действующих на объект.

Методы первой категории имеют дело с объектами, подверженными стохастическим возмущениям (например, белый шум с известными статистическими характеристиками). Это различные вариации метода наименьших квадратов и методы стохастической аппроксимации [1].

Вторая категория включает в себя методы, ориентированные на неизвестные ограниченные внешние возмущения (чьи статистические характеристики неизвестны); это рандомизированные алгоритмы [2] и конечно-частотная идентификация [3, 4].

Процесс идентификации может быть пассивным или активным. В пассивной идентификации измеряемый вход объекта имеет смысл управляющего воздействия, которое зависит от целей управления и не связано с идентификацией объекта. При таком входе идентификация может быть невозможна.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-08-00338-а).

В этих случаях применяют активную идентификацию, использующую сигнал, добавляемый к входному воздействию. Такой сигнал называется *испытательным сигналом*.

Метод конечно-частотной идентификации разработан для активной идентификации. Испытательный сигнал представляет собой сумму гармоник, число которых не превышает величину вектора состояния объекта. Амплитуды и частоты этого сигнала в значительной мере влияют на точность идентификации. В связи с этим их необходимо правильно выбирать. В [5] анализируется влияние частот и амплитуд испытательного сигнала на точность идентификации и предлагаются алгоритмы настройки этих частот и амплитуд. Эти алгоритмы обеспечивают малое влияние испытательного сигнала на выход объекта по сравнению с влиянием возмущений и помех.

Преимущество метода конечно-частотной идентификации по сравнению с другими существующими методами в том, что он сходится несмотря на неизвестный тип и интенсивность внешнего возмущения, если оно не содержит составляющих с частотами испытательного сигнала. В случае, когда внешнее возмущение или помехи измерения все же содержат компоненты с частотами испытательного сигнала, может быть применен алгоритм с последовательными парами [6], где идентификация проводится в две стадии. На первой стадии на объект подается полигармонический испытательный сигнал, а на второй – на объект подается тот же испытательный сигнал, но с обратным знаком. Затем результаты идентификации складываются. Таким образом компенсируется влияние внешнего возмущения.

Наряду с этим рассматриваются задачи идентификации объектов с запаздыванием. Обзор методов идентификации таких объектов, в основном при случайных внешних возмущениях и помехах, приводится в [7], где также даются рекомендации по выбору подходящего метода идентификации. Адаптивный наблюдатель, способный оценивать коэффициенты объекта и величину запаздывания, предлагается в [8, 9]. В [10] предлагается двухстадийная идентификация. На первой стадии используется испытательный сигнал, представляющий собой одну гармонику или сумму нескольких гармоник. На второй стадии используется идентификация со ступенчатым испытательным воздействием.

В данной работе метод конечно-частотной идентификации развивается для объектов с запаздыванием. В отличие от [11] в данной работе предложен подход для однозначного определения запаздывания, на основе которого построены соответствующие алгоритмы идентификации. Настройка частот и амплитуд испытательного сигнала во многом аналогична [5], и в предлагаемой работе она не рассматривается.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе приводится постановка задачи. Частотные уравнения идентификации, с помощью которых определяются оценки коэффициентов объекта, приводятся в третьем разделе. В четвертом разделе описывается подход для однозначного определения запаздывания. Условия сходимости идентификации даны в пятом разделе. В шестом и седьмом разделах приведены алгоритмы идентификации. Пример описан в восьмом разделе.

2. Постановка задачи

Рассмотрим полностью управляемый асимптотически устойчивый объект с запаздыванием, описываемый уравнением

$$(1) \quad d_n y^{(n)}(t) + \dots + d_1 \dot{y}(t) + y(t) = k_m u^{(m)}(t - \tau) + \dots + k_0 u(t - \tau) + f(t),$$

где $y(t)$ – выход объекта, $u(t)$ – вход для управления, τ – запаздывание ($\tau > 0$); кусочно-непрерывная функция $f(t)$ – неизвестное ограниченное возмущение:

$$|f(t)| \leq f^*,$$

где f^* – некоторое неизвестное положительное число.

Коэффициенты d_ν , k_μ ($\nu = \overline{1, n}$, $\mu = \overline{0, m}$) и запаздывание τ неизвестны. Корни полинома $k(s) = k_m s^m + k_{m-1} s^{m-1} + \dots + k_1 s + k_0$ имеют отрицательные вещественные части. Здесь и далее s – символ преобразования Лапласа.

Измеряемый выход объекта имеет вид

$$(2) \quad \tilde{y}(t) = y(t) + \eta(t),$$

где $\eta(t)$ – помехи измерения, являющиеся неизвестной кусочно-непрерывной ограниченной функцией.

Испытательный сигнал представляет собой сумму гармоник

$$(3) \quad u(t) = \sum_{i=1}^l \rho_i \sin \omega_i t,$$

где число гармоник равно $l = n + m + 1$; амплитуды ρ_i и частоты ω_i – заданные положительные числа ($\omega_i \neq \omega_k$, $i \neq k$, $i = \overline{1, l}$, $k = \overline{1, l}$).

Часто коэффициенты объекта (1) являются кусочно-постоянными функциями. Если длительность их постоянства превышает время идентификации, то изложенное ниже относится и к таким объектам.

Цель идентификации – определить оценки $\hat{\tau}$ запаздывания и \hat{d}_ν , \hat{k}_μ ($\nu = \overline{1, n}$, $\mu = \overline{0, m}$) коэффициентов объекта (1) такие, чтобы выполнялись требования

$$(4) \quad \begin{cases} |\hat{d}_\nu - d_\nu| \leq \varepsilon_\nu^d |d_\nu|, & \text{если } d_\nu \neq 0, \quad \text{либо } |\hat{d}_\nu| \leq \varepsilon_\nu^d, & \text{если } d_\nu = 0, \\ |\hat{k}_\mu - k_\mu| \leq \varepsilon_\mu^k |k_\mu|, & \text{если } k_\mu \neq 0, \quad \text{либо } |\hat{k}_\mu| \leq \varepsilon_\mu^k, & \text{если } k_\mu = 0, \end{cases}$$

к относительной точности идентификации, в которых ε_ν^d и ε_μ^k ($\nu = \overline{1, n}$, $\mu = \overline{0, m}$) – заданные положительные числа.

3. Идентификация коэффициентов объекта

Для определения коэффициентов объекта можно получить не зависящие от запаздывания уравнения. Для этого запишем передаточную функцию объекта (1) в виде

$$(5) \quad w_\tau(s) = w(s)e^{-\tau s} = \frac{k(s)}{d(s)}e^{-\tau s},$$

где $d(s) = d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots + d_1 s + 1$.

Введем числа

$$(6) \quad \alpha_i = \operatorname{Re} w_\tau(j\omega_i) \quad \text{и} \quad \beta_i = \operatorname{Im} w_\tau(j\omega_i), \quad i = \overline{1, l},$$

называемые *частотными параметрами* объекта управления (1).

Оценки частотных параметров объекта определяются экспериментально с помощью фильтра Фурье [3, 12]:

$$(7) \quad \hat{\alpha}_i = \alpha_i(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} \tilde{y}(t) \sin \omega_i t \, dt \quad \text{и}$$

$$\hat{\beta}_i = \beta_i(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} \tilde{y}(t) \cos \omega_i t \, dt, \quad i = \overline{1, l},$$

где t_F – время начала фильтрации и \bar{t} – ее длительность.

Условия сходимости выходов фильтров к истинным частотным параметрам объекта (6) приводятся в разделе 5.

Уравнения связи частотных параметров объекта α_i и β_i ($i = \overline{1, l}$) с коэффициентами объекта k_μ ($\mu = \overline{1, m}$) и d_ν ($\nu = \overline{1, n}$) имеют вид

$$(8) \quad k(j\omega_i)k(-j\omega_i) - (\alpha_i^2 + \beta_i^2)[d(j\omega_i)d(-j\omega_i) - 1] = \alpha_i^2 + \beta_i^2, \quad i = \overline{1, l},$$

где

$$(9) \quad k(j\omega)k(-j\omega) = \sum_{\mu=0}^m (-1)^\mu \omega^{2\mu} \tilde{k}_\mu \quad \text{и} \quad d(j\omega)d(-j\omega) - 1 = \sum_{\nu=1}^n (-1)^\nu \omega^{2\nu} \tilde{d}_\nu$$

– полиномы четных степеней.

Эти уравнения легко получить. Для этого запишем (5) в виде

$$k(j\omega_i) = w_\tau(j\omega_i) e^{j\omega_i \tau} d(j\omega_i), \quad i = \overline{1, l},$$

затем умножим левую и правую части на соответствующие комплексно-сопряженные множители

$$k(j\omega_i)k(-j\omega_i) = w_\tau(j\omega_i)w_\tau(-j\omega_i)d(j\omega_i)d(-j\omega_i), \quad i = \overline{1, l}.$$

Используя определение (6), получим (8).

Подставляя (9) в (8), получаем *частотные уравнения идентификации*

$$(10) \quad \sum_{\mu=0}^m (-1)^\mu \omega_i^{2\mu} \tilde{k}_\mu - (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \sum_{\nu=1}^n (-1)^\nu \omega_i^{2\nu} \tilde{d}_\nu = \alpha_i^2 + \beta_i^2, \quad i = \overline{1, l}.$$

Единственным решением [13] уравнений (10) являются коэффициенты \tilde{d}_ν и \tilde{k}_μ полиномов

$$(11) \quad \begin{aligned} \tilde{d}(s^2) &= \sum_{\nu=1}^n \tilde{d}_\nu s^{2\nu} + 1 = d(s)d(-s) = d_n^2 \prod_{\nu=1}^n (s - s_\nu^{[d]-}) (s - s_\nu^{[d]+}), \\ \tilde{k}(s^2) &= \sum_{\mu=0}^m \tilde{k}_\mu s^{2\mu} = k(s)k(-s) = k_m^2 \prod_{\mu=1}^m (s - s_\mu^{[k]-}) (s - s_\mu^{[k]+}), \end{aligned}$$

где $s_\nu^{[d]-}$ и $s_\nu^{[d]+}$ ($\nu = \overline{1, n}$) – корни полинома $\tilde{d}(s^2)$ с отрицательной и положительной вещественными частями соответственно. Аналогично обозначены корни $s_\mu^{[k]-}$ и $s_\mu^{[k]+}$ ($\mu = \overline{1, m}$) у полинома $\tilde{k}(s^2)$.

Так как корни полиномов $d(s)$ и $k(s)$ имеют отрицательные вещественные части по определению, их значениями будут $s_\nu^{[d]-}$ и $s_\mu^{[k]-}$ ($\nu = \overline{1, n}$, $\mu = \overline{1, m}$) соответственно, и тогда

$$(12) \quad d(s) = d_n \prod_{\nu=1}^n (s - s_\nu^{[d]-}) \quad \text{и} \quad k(s) = k_m \prod_{\mu=1}^m (s - s_\mu^{[k]-}).$$

Таким образом можно построить следующий алгоритм определения искомым коэффициентов объекта

Алгоритм 1.

1. Сформировать полиномы четных степеней

$$\begin{aligned} \tilde{d}(s^2) &= \tilde{d}_n s^{2n} + \tilde{d}_{n-1} s^{2n-2} + \dots + \tilde{d}_1 s^2 + 1, \\ \tilde{k}(s^2) &= \tilde{k}_m s^{2m} + \tilde{k}_{m-1} s^{2m-2} + \dots + \tilde{k}_1 s^2 + \tilde{k}_0, \end{aligned}$$

решая уравнения (10), где частотные параметры заменены их оценками.

2. Определить корни $s_\nu^{[d]\pm}$ ($\nu = \overline{1, n}$) и $s_\mu^{[k]\pm}$ ($\mu = \overline{1, m}$) полиномов $\tilde{d}(s^2)$ и $\tilde{k}(s^2)$ соответственно и, взяв лишь те, что имеют отрицательные вещественные части: $s_\nu^{[d]-}$ ($\nu = \overline{1, n}$) и $s_\mu^{[k]-}$ ($\mu = \overline{1, m}$), сформировать искомые полиномы (12).

4. Идентификация запаздывания

Введем числа

$$(13) \quad \phi_i = \operatorname{Re} w(j\omega_i) \quad \text{и} \quad \psi_i = \operatorname{Im} w(j\omega_i), \quad i = \overline{1, l},$$

где $w(j\omega_i) = k(j\omega_i)/d(j\omega_i)$.

Из выражения (5) следует

$$(14) \quad e^{j\omega_i \tau} = \frac{w(j\omega_i)}{w_\tau(j\omega_i)}.$$

Используя определения (6) и (13), получаем

$$(15) \quad \cos \omega_i \tau = \frac{\alpha_i \phi_i + \beta_i \psi_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \quad \text{и} \quad \sin \omega_i \tau = \frac{\alpha_i \psi_i - \phi_i \beta_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2}, \quad i = \overline{1, l},$$

отсюда следует выражение для определения запаздывания

$$(16) \quad \tau(r) = \frac{1}{\omega_i} \left[\arctan \left(\frac{\alpha_i \psi_i - \phi_i \beta_i}{\alpha_i \phi_i + \beta_i \psi_i} \right) + \pi r \right], \quad i = \overline{1, l}, \quad r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

которое дает бесконечное число решений.

Для нахождения единственного значения запаздывания приложим к объекту испытательный сигнал

$$(17) \quad u_\lambda(t) = \rho_\lambda e^{\lambda t} \sin \omega_\lambda t,$$

где ρ_λ и ω_λ – заданные положительные числа, λ – заданное число.

Выход объекта $y_\lambda(t)$, возбужденный таким входом, умножим на $e^{-\lambda t}$ и подадим ко входу фильтра Фурье. Выходы этого фильтра

$$(18) \quad \hat{\alpha}_\lambda = \frac{2}{\rho_\lambda \bar{t}^\lambda} \int_{t_F^\lambda}^{t_F^\lambda + \bar{t}^\lambda} e^{-\lambda t} y_\lambda(t) \cos \omega_\lambda t dt \quad \text{и} \quad \hat{\beta}_\lambda = \frac{2}{\rho_\lambda \bar{t}^\lambda} \int_{t_F^\lambda}^{t_F^\lambda + \bar{t}^\lambda} e^{-\lambda t} y_\lambda(t) \sin \omega_\lambda t dt$$

(где t_F^λ – время начала фильтрации и \bar{t}^λ – длительность фильтрации) являются оценками передаточной функции объекта при $s = \lambda + j\omega_\lambda$ [13]:

$$(19) \quad w_\tau^\lambda(\lambda + j\omega_\lambda) = \frac{k(\lambda + j\omega_\lambda)}{d(\lambda + j\omega_\lambda)} e^{-(\lambda + j\omega_\lambda)\tau} = \alpha_\lambda + j\beta_\lambda.$$

Используя идентифицированные полиномы (12) вычислим

$$(20) \quad \phi_\lambda + j\psi_\lambda = \frac{k(\lambda + j\omega_\lambda)}{d(\lambda + j\omega_\lambda)}.$$

Запишем выражение (19) с учетом (20) как

$$(21) \quad e^{-\lambda\tau} (\cos \omega_\lambda \tau - j \sin \omega_\lambda \tau) = \frac{\alpha_\lambda + j\beta_\lambda}{\phi_\lambda + j\psi_\lambda}$$

и разложим его на вещественную и мнимую части:

$$(22) \quad e^{-\lambda\tau} \cos \omega_\lambda \tau = \frac{\alpha_\lambda \phi_\lambda + \beta_\lambda \psi_\lambda}{\phi_\lambda^2 + \psi_\lambda^2} \quad \text{и} \quad e^{-\lambda\tau} \sin \omega_\lambda \tau = -\frac{\beta_\lambda \phi_\lambda - \alpha_\lambda \psi_\lambda}{\phi_\lambda^2 + \psi_\lambda^2}.$$

Складывая квадраты этих равенств, получим выражение

$$(23) \quad e^{-2\lambda\tau} = \left(\frac{\alpha_\lambda \phi_\lambda + \beta_\lambda \psi_\lambda}{\phi_\lambda^2 + \psi_\lambda^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_\lambda \phi_\lambda - \alpha_\lambda \psi_\lambda}{\phi_\lambda^2 + \psi_\lambda^2} \right)^2,$$

которое дает формулу для вычисления запаздывания

$$(24) \quad \tau = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{\phi_\lambda^2 + \psi_\lambda^2}{\alpha_\lambda^2 + \beta_\lambda^2} \right).$$

5. Условия сходимости идентификации

Для формирования условий сходимости оценок частотных параметров $\alpha_i(\bar{t})$ и $\beta_i(\bar{t})$ к истинным значениям α_i и β_i ($i = \overline{1, l}$) введем следующие функции:

$$(25) \quad l_i^\alpha(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{\bar{t}+t_F} \bar{y}(t) \sin \omega_i t dt \quad \text{и} \quad l_i^\beta(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{\bar{t}+t_F} \bar{y}(t) \cos \omega_i t dt, \quad i = \overline{1, l},$$

где $\bar{y}(t)$ – «естественный» выход объекта управления при отсутствии испытательного сигнала (3) ($u(t) = 0$). В этом случае объект возбуждается только внешним возмущением $f(t)$ и в канале измерения присутствуют помехи $\eta(t)$.

По аналогии с [3] введем следующие определения.

Определение 5.1. Внешнее возмущение $f(t)$ и помехи измерения $\eta(t)$ называются *ФФ-фильтруемыми*, если для заданных чисел δ^α и δ^β существует время фильтрации \bar{t}^* такое, что

$$(26) \quad \frac{l_i^\alpha(\bar{t}^*)}{\alpha_i(\bar{t}^*)} \leq \delta^\alpha \quad \text{и} \quad \frac{l_i^\beta(\bar{t}^*)}{\beta_i(\bar{t}^*)} \leq \delta^\beta, \quad i = \overline{1, l}.$$

Если ошибки фильтрации $\Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha_i(\bar{t})$, $\Delta\beta_i = \beta_i - \beta_i(\bar{t})$ ($i = \overline{1, l}$) имеют следующие свойства: $\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \Delta\alpha_i = \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \Delta\beta_i = 0$ ($i = \overline{1, l}$), то внешнее возмущение $f(t)$ и помехи измерения $\eta(t)$ называются строго ФФ-фильтруемыми.

Для пояснения термина ФФ-фильтруемости рассмотрим случай, когда $f(t)$ и $\eta(t)$ разложимы в ряд Фурье, а $u(t) = 0$. Перепишем (7) с учетом (2) в виде

$$\alpha_i(\bar{t}) = \check{\alpha}_i(\bar{t}) + \sigma_i^\alpha(\bar{t}) \quad \text{и} \quad \beta_i(\bar{t}) = \check{\beta}_i(\bar{t}) + \sigma_i^\beta(\bar{t}), \quad i = \overline{1, l},$$

где

$$\begin{aligned} \check{\alpha}_i(\bar{t}) &= \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F+\bar{t}} y(t) \sin \omega_i t dt, & \check{\beta}_i(\bar{t}) &= \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F+\bar{t}} y(t) \cos \omega_i t dt, \\ \sigma_i^\alpha(\bar{t}) &= \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F+\bar{t}} \eta(t) \sin \omega_i t dt, & \sigma_i^\beta(\bar{t}) &= \frac{2}{\rho_i \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F+\bar{t}} \eta(t) \cos \omega_i t dt, \end{aligned} \quad i = \overline{1, l}.$$

Функции $\sigma_i^\alpha(\bar{t})$ и $\sigma_i^\beta(\bar{t})$ вызваны помехами измерения $\eta(t)$.

Функции $f(t)$ и $\eta(t)$, разложимые в ряд Фурье, могут быть представлены в виде

$$f(t) = \sum_{r=1}^{n_1} a_r \sin \omega_r^f t \quad \text{и} \quad \eta(t) = \sum_{p=1}^{n_2} b_p \sin \omega_p^\eta t,$$

где n_1 , a_r , ω_r^f ($r = \overline{1, n_1}$) и n_2 , b_p , ω_p^η ($p = \overline{1, n_2}$) – неизвестные числа. Если они не содержат частот, совпадающих с частотами испытательного сигнала:

$\omega_r^f \neq \omega_i$ и $\omega_p^\eta \neq \omega_i$ ($r = \overline{1, n_1}$, $p = \overline{1, n_2}$, $i = \overline{1, l}$), то эти функции строго ФФ-фильтруемы, что можно также записать как

$$\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \sigma_i^\alpha(\bar{t}) = 0, \quad \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \sigma_i^\beta(\bar{t}) = 0, \quad \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \check{\alpha}_i(\bar{t}) = \alpha_i, \quad \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \check{\beta}_i(\bar{t}) = \beta_i, \quad i = \overline{1, l}.$$

Если частоты испытательного сигнала совпадают с частотами функций $f(t)$ и $\eta(t)$, то

$$\begin{aligned} \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \sigma_i^\alpha(\bar{t}) &= \epsilon_i^\alpha, & \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \sigma_i^\beta(\bar{t}) &= \epsilon_i^\beta, \\ \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \check{\alpha}_i(\bar{t}) &= \alpha_i + \xi_i^\alpha, & \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \check{\beta}_i(\bar{t}) &= \beta_i + \xi_i^\beta, \end{aligned} \quad i = \overline{1, l},$$

где ϵ_i^α , ϵ_i^β и ξ_i^α , ξ_i^β ($i = \overline{1, l}$) – некоторые положительные числа.

Если числа ϵ_i^α , ϵ_i^β и ξ_i^α , ξ_i^β ($i = \overline{1, l}$) достаточно малы, тогда функции $f(t)$ и $\eta(t)$ называются ФФ-фильтруемыми.

6. Совместная идентификация коэффициентов и запаздывания

В связи с тем, что для идентификации коэффициентов объекта и запаздывания используются различные испытательные сигналы, разобьем идентификацию на два этапа. В первом из них на объект будем подавать испытательный сигнал (3) и будем идентифицировать только коэффициенты объекта, а на втором будем подавать (17) и идентифицировать величину запаздывания.

Возможен вариант совместной идентификации коэффициентов объекта и запаздывания. Для этого к объекту следует приложить испытательный сигнал вида

$$(27) \quad u(t) = \rho_\lambda e^{\lambda t} \sin \omega_\lambda t + \sum_{i=1}^l \rho_i \sin \omega_i t, \quad \omega_\lambda \neq \omega_i, \quad i = \overline{1, l}.$$

Для определения оценок частотных параметров необходимо использовать два фильтра (7) и (18) одновременно.

Если выбрать число λ с отрицательным значением, то сигнал с экспоненциальной составляющей не окажет сильного негативного воздействия на процесс идентификации коэффициентов объекта.

7. Пример

Пример основан на двухэтапном алгоритме идентификации.

Рассмотрим объект, описываемый уравнением

$$(28) \quad 0,7\ddot{y}(t) + 0,8\dot{y}(t) + y(t) = 0,4\dot{u}(t-3) + u(t-3) + f(t),$$

где внешнее возмущение есть

$$f(t) = 2\text{sign}[\sin(5t)].$$

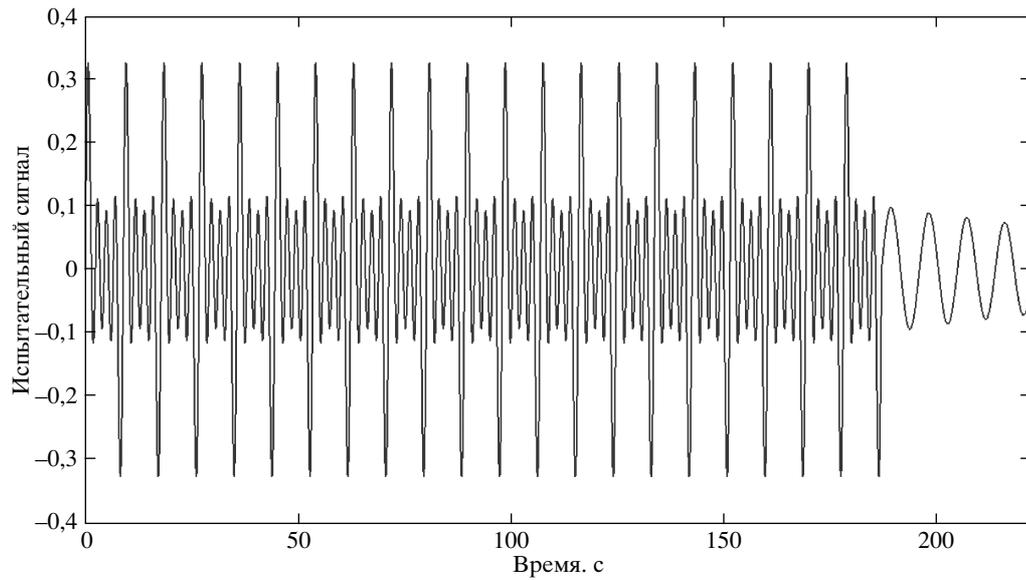


Рис. 1. Испытательный сигнал.

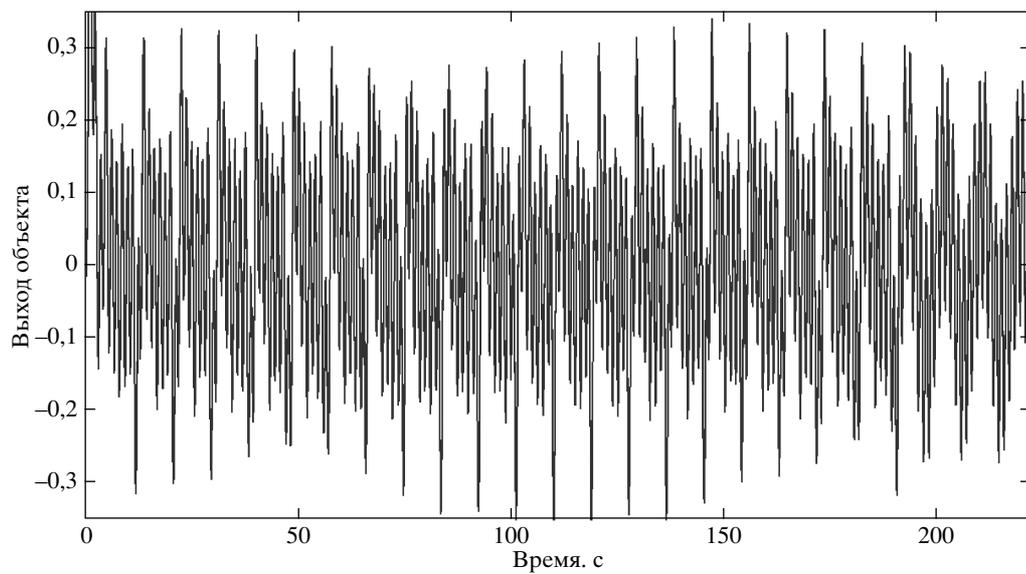


Рис. 2. Выход объекта под воздействием испытательного сигнала.

Помехи измерения $\eta(t)$ представляют собой случайные значения, равномерно распределенные на интервале $[-0,05; 0,05]$.

Формирование такой помехи возможно, так как численное решение уравнения (28) осуществлялось по его дискретной модели с интервалом дискретизации $h = 0,01$.

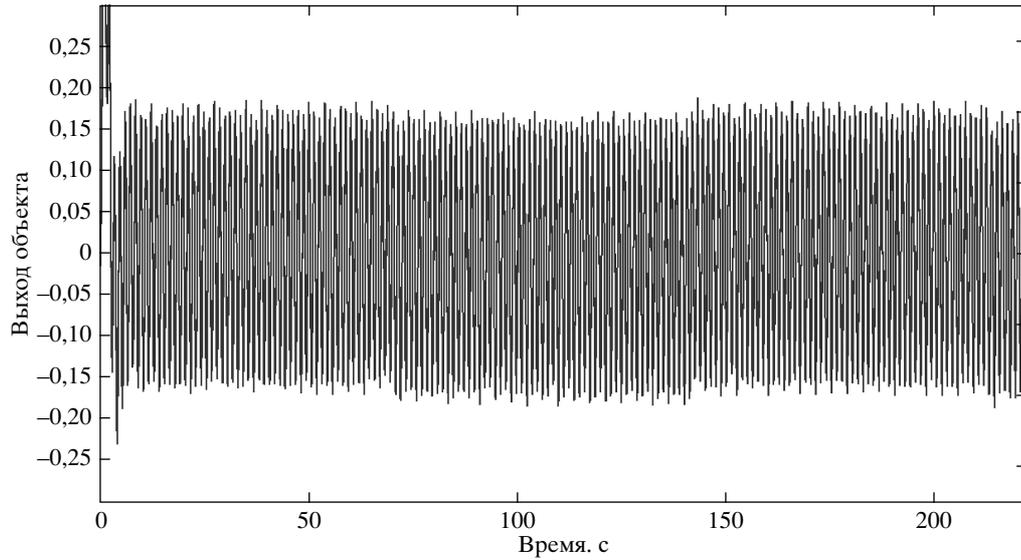


Рис. 3. Выход объекта без воздействия испытательного сигнала.

Испытательный сигнал:

$$(29) \quad u(t) = 0,05 \sin(0,707t) + 0,075 \sin(1,41t) + 0,1 \sin(2,12t) + 0,15 \sin(2,83t).$$

Для идентификации запаздывания выберем испытательный сигнал с частотой $\omega_\lambda = 0,707$:

$$(30) \quad u_\tau(t) = 0,1e^{-0,01t} \sin(0,707t).$$

В результате идентификации получен объект

$$(31) \quad 0,65\ddot{y}(t) + 0,83\dot{y}(t) + y(t) = 0,32\dot{u}(t - 3,48) + 1,06u(t - 3,48) + f(t).$$

Графики испытательного сигнала и выхода объекта представлены на рис. 1 и 2 соответственно. Для сравнения, на рис. 3 приведен график выхода объекта без воздействия испытательного сигнала, при этом изменения выхода происходит под действием внешнего возмущения. Из рис. 2 и 3 видно, что испытательный сигнал вносит несущественные изменения в выход идентифицируемого объекта.

8. Заключение

В работе метод конечно-частотной идентификации развит на объекты с запаздыванием. Получены уравнения идентификации, позволяющие определить коэффициенты объекта управления независимо от запаздывания. Предложен метод для однозначного определения запаздывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Льонг Л.* Идентификация систем. М.: Наука, 1991.
2. *Граничин О.Н., Поляк Б.Т.* Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. М.: Наука, 2003.
3. *Alexandrov A.* Finite-frequency method of identification // Proc. 10 IFAC Sympos. Syst. Identificat. Preprints. V. 2. Copengagen, Denmark, 1994. P. 523–527.
4. *Alexandrov A.G.* Finite-frequency identification and model validation of stable plant // Proc. 14 World Congr. IFAC, Preprints. V. H. Beijing, China, 1999. P. 295–301.
5. *Alexandrov A.G.* Finite-frequency identification: self-tuning of test signal // Proc. 16 World Congr. IFAC, Preprints. Prague, Czech Republic, 2005. P. 295–301.
6. *Александров А.Г.* Частотные регуляторы // АиТ. 1991. № 1. С. 22–23.
Aleksandrov A.G. Frequency Regulators // Autom. Remote Control. 1991. V. 52. No. 1. Part 1. P. 17–26.
7. *Bjorklund S., Ljung L.* A review of time-delay estimation techniques // Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control. Hawaii, USA, 2003.
8. *M'Saad M., Farza M.* Identification of continuous-time linear systems with time-delay // Preprints 15th IFAC Sympos. Syst. Identificat. Saint-Malo, France, 2009. P. 898–903.
9. *Yamaguchi H., Nagumo K., Abe N.* Iterative design using imc for input time-delay systems with disturbance observer // Preprints 18th IFAC World Congr. Milano, Italy, 2011. P. 2430–2435.
10. *Ahmed S., Huang B., Shah S.* Process identification from sinusoidal test data by estimating step response // Preprints IFAC Sympos. Syst. Identificat. Saint-Malo, France, 2009. P. 396–401.
11. *Alexandrov A., Orlov Yu., Palenov M.* Finite-frequency identification of plant with time delay // Preprints 16th IFAC Simpos. Syst. Identificat. Brussels, Belgium, 2012. P. 66–70.
12. *Александров А. Г.* Конечно-частотная идентификация: границы частот испытательного сигнала // АиТ. 2001. № 11. С. 3–14.
Aleksandrov A.G. Finite-Frequency Identification: Test Frequency Bounds // Autom. Remote Control. 2001. V. 62. No. 11. P. 1759–1769.
13. *Александров А.Г.* Метод частотных параметров // АиТ. 1989. № 12. С. 3–15.
Aleksandrov A.G. Method of frequency parameters // Autom. Remote Control. 1989. V. 50. No. 12. Part 1. P. 1609–1620.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.Т. Поляком.

Поступила в редакцию 28.02.2013