Развитие пакета «Автоматика»

А.Г. Александров,
внс, д. ф.-м. н., проф., e-mail: alex7@ipu.ru, ИПУ РАН, Москва
Д. В. Шатов,
инж., e-mail: dvshatov@gmail.com, ИПУ РАН, Москва

Пакет «Автоматика» предназначен для разработки и исследования алгоритмов систем управления объектами. Особенностью пакета является учет многорежимности объектов управления и их работа при наличии внешних возмущений.

Пакет содержит специальные структуры для проведения исследования различных задач управления. Основой этих структур являются директивы (программы), которые решают конкретный класс задач. Пакет включает три группы директив: синтез регуляторов, конечно-частотная идентификация, частотное адаптивное управление. Первая группа директив предназначена для расчета регуляторов для известных уравнений объектов управления, вторая группа предназначена для определения параметров уравнений объекта управления в условиях действия внешних возмущений, третья группа предназначена для исследования процессов адаптации.

Package «Automatica» is intended for development the control algorithms for plants considering parameter and structural uncertain (using multi-regime models); disturbance is unknown but bounded function.

The package has special structures that are oriented for different control problems. The basis of this structures is the directives that solve defined class of problems. The package includes three groups of directives: controller design, finite-frequency identification, frequency adaptive control. The first group is intended for finding regulator for known plant, the second group is intended for determining control plant parameters, and the third group is intended for research adaptation processes.

1. Введение

Пакет «Автоматика» предназначен для проведения исследований и разработок по синтезу алгоритмов управления объектами, их идентификации и адаптации. Объекты имеют параметрическую и структурную неопределенности (для их описания используется понятие многорежимного объекта) и подвержены воздействию внешних возмущений.

Пакет состоит из функций и программ для решения реальных задач. Программы составляются из функций и служат для решения какой-либо конкретной задачи (далее такие программы будем называть «директивы»). Директива содержит интерфейс для ввода/вывода данных и расчетную часть. Имеется возможность протоколирования выполнения директивы с различной степенью подробности. Каждая директива решает определенный класс задач. Пакет «Автоматика» содержит 3 группы директив: синтез регуляторов, конечно-частотная идентификация, частотное адаптивное управление. Пакет имеет также единый интерфейс для просмотра и вызова всех реализованных директив по соответствующим группам.

Пакет развивается в течение нескольких лет. Он базируется на двух программных продуктах: GAMMA-1PC [1] и ADAPLAB-3 [2]. Функции и директивы пакета GAMMA-1PC для синтеза регуляторов многомерных систем были написаны на FORTRAN. В «Автоматике» они реализованы в среде MATLAB. Пакет ADAPLAB-3 предназначен для тех же целей, что и пакет «Автоматика», но представляет собой устаревший вариант. Из него взяты ряд расчетных функций и простейших директив идентификации и адаптации. К ним также добавлены графические интерфейсы ввода-вывода данных с возможностью протоколирования. В таком варианте пакет был представлен в работе [3].

В [4] пакет расширен в нескольких направлениях. Одним из них является возможность самонастройки тестового сигнала. Определение амплитуд и частот тестового сигнала составляет главную трудность метода конечно-частотной идентификации, используемого в пакете. Амплитуды настраиваются таким образом, чтобы разность между текущим выходом объекта в присутствии и в отсутствие тестового сигнала лежала в допустимых границах. Самонастройка частот позволяет уменьшить длительность идентификации.

Настоящая работа посвящена новой директиве синтеза регуляторов одномерных объектов, основанной на решении линейной системы уравнений, полученной из тождества Безу. Также рассматриваются директивы адаптации одно- и многорежимного объекта, использующие новую директиву синтеза. Приводится пример применения новых директив, реализованных в пакете.

2. Обзор ранее реализованных директив

2.1 Директивы синтеза

Директивы синтеза предназначены для поиска законов управления известными объектами, гарантирующих выполнение некоторого критерия качества. В этих директивах дается объект вида:

$$\dot{x} = Ax + B_1 f + B_2 u,\ y = C_2 x + \eta,\ z = C_1 x, \qquad (1)$$

где $x(t)\in R^n$ — вектор состояний объекта, $u(t)\in R^m$ — вектор управления, $y(t)\in R^r$ — вектор измеряемых переменных, $z(t)\in R^m$ — вектор регулируемых переменных, $f(t)\in R^m$ — вектор неизмеряемых внешних возмущений, $\eta(t)\in R^r$ — вектор помех измерений, $A,\ B_1, B_2,\ C_1,\ C_2$ — заданные матрицы чисел, соответствующих размеров.

Внешнее возмущение и помеха — ограниченные полигармонические функции:

$$f_i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{ik} \sin(\omega_k t + \varphi_k),\ \ \eta_j(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \eta_{jk} \sin(\tilde{\omega}_k t + \tilde{\varphi}_k),\ \ (i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,r}) \qquad (2)$$

где частоты ω_k и $\tilde{\omega}_k$ и фазы φ_k и $\tilde{\varphi}_k$ $(k=\overline{0;\infty})$ — неизвестны, а неизвестные амплитуды f_{ik} и η_{jk} $(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,l};\ k=\overline{0,\infty})$ удовлетворяют условиям:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left|f_{ik}(t)\right|\le f_i^*,\quad \sum_{k=0}^{\infty}\left|\eta_{jk}(t)\right|\le\eta_j^*,\ (i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,r}) \tag{3}$$

где f_i^* и η_j^* $(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,l})$ — известные числа.

При выполнении условий (3) справедливы неравенства:

$$\left|f_i(t)\right|\le f_i^*,\ \left|\eta_j(t)\right|\le\eta_j^*\ \ (i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,r}) \tag{4}$$

Частным случаем функций (3) являются кусочно-непрерывные функции, разложенные в ряд Фурье, удовлетворяющий условиям (4).
Целью директив является нахождение регулятора вида:

$$\dot{x}_C=A_Cx_C+B_Cy,\quad u=C_Cx_C+D_Cy\ , \tag{5}$$

где $x_C\in R^{n_C}$ — вектор состояния регулятора (2), A_C,B_C,C_C,D_C — матрицы регулятора, соответствующих размеров, такого, что при малых вариациях матриц объекта (1) для системы (1), (5) при заданных границах внешнего возмущения (3) выполнялись следующие требования к точности управления:

$$z_{i,st}\le z_{i,st}^*\qquad (i=\overline{1,m}) \tag{6}$$

где $z_{i,st}^*$ $(i=\overline{1,m})$ — заданные числа, а $z_{i,st}$ $(i=\overline{1,m})$ — установившиеся ошибки по регулируемым переменным, определяемые как $z_{i,st}=\lim\limits_{t\to\infty}\sup\left|z_i(t)\right|\ (i=\overline{1,m})$.

Цель управления (6) достигается управлением минимизирующим функционал

$$J=\int_0^{\infty}(z'Q_0z+u'u)dt\ , \tag{7}$$

в котором

$$Q_0=diag\left|q_{11},...,q_{mm}\right|,\ \ q_{ii}=\sum_{i=1}^{m}f_i^{*\,2}\Big/z_{i,st}^{*\,2} \tag{8}$$

Решение задачи достигается выполнением соответствующей оптимизационной процедуры, основанной на решении уравнений Риккати, которые позволяют найти искомые матрицы регулятора. В пакете «Автоматика» реализовано несколько директив синтеза основанных на таком подходе. Они различаются видом объекта (1). Также директивы отличаются полученными запасами устойчивости, гарантируемыми полученными регуляторами. Для некоторых объектов получить хорошие запасы устойчивости невозможно, о чем пользователю сообщается в процессе выполнения директивы.

2.2 Директивы конечно-частотной идентификации

Директивы конечно-частотной идентификации предназначены для моделирования процессов конечно-частотной идентификации и уточнения параметров алгоритмов идентификации.

Представим объект (1), где $f(t)$ и $\eta(t)$ — неизвестные ограниченные функции, также неизвестны его коэффициенты, как

$$y=W(s)u+W_f\,f+\eta \tag{9}$$

где $W(s)=C_2(I_ns-A)^{-1}B_2,\ W_f(s)=C_2(I_ns-A)^{-1}B_1$.

Элементы передаточной матрицы $W(s)$ имеют вид

$$W_{pq}(s)=\frac{k_{pq}^{(\gamma_{pq})}s^{\gamma_{pq}}+...+k_{pq}^{(1)}s+k_{pq}^{(0)}}{d_{pq}^{(n_{pq})}s^{n_{pq}}+...+d_{pq}^{(1)}s+d_{pq}^{(0)}},\ p=\overline{1,r},\ \ q=\overline{1,m} \tag{10}$$

Числа γ_{pq} и n_{pq} полагаем для простоты известными. К объекту (9) прикладываются испытательные сигналы

$$u_q(t)=\sum_{k=1}^{n}\rho_{qk}\sin\omega_{qk}(t-t_u),\ t_u\le t<t_u+\tau,\ \ q=\overline{1,m} \tag{11}$$

где t_u — момент приложения тестового сигнала, а τ — длительность приложения испытательного сигнала (время идентификации) $\tau<t_r-t_{r-1},\ r=\overline{1,n},$ частоты $\omega_{qk}(q=\overline{1,m},\ k=\overline{1,n})$ — положительные, не совпадающие друг с другом числа, амплитуды ρ_{qk} $(q=\overline{1,m},\ k=\overline{1,n})$ — неотрицательные числа. Идентификация предназначена для нахождения оценок коэффициентов передаточных функций (10).

Используется следующий алгоритм идентификации: уравнение (1) с управлением (11) решаются программой моделирования.

Решение поступает на вход фильтра Фурье, чьи выходы дают следующие частотные параметры объекта

$$\alpha_{pqi}(\tau)=\frac{2}{\rho_{qi}\tau}\int_{t_F}^{t_F+\tau}y_p(t)\sin\omega_{qi}(t-t_u)dt,\ \beta_{pqi}(\tau)=\frac{2}{\rho_{qi}\tau}\int_{t_F}^{t_F+\tau}y_p(t)\cos\omega_{qi}(t-t_u)dt \tag{12}$$

$(\rho = \overline{1,r},\ q = \overline{1,m},\ i = \overline{1,n}),\quad t_F > t_u$.

Решается система линейных уравнений

$$\sum_{\mu=0}^{\gamma_{pq}} (j\omega_{qi})^{\mu} k_{pq}^{(\mu)}(\tau) - [\alpha_{pqi}(\tau) + j\beta_{pqi}(\tau)] \sum_{\mu=1}^{n_{pq}} (j\omega_{qi})^{\mu} d_{pq}^{(\mu)}(\tau) = \alpha_{pqi}(\tau) + j\beta_{pqi}(\tau) \qquad (13)$$

$$(q = \overline{1,m},\ i = \overline{1,n})$$

и находятся оценки (в момент времени τ) коэффициентов передаточных функций (10).

Пакет «Автоматика» содержит директивы идентификации, отличающиеся сложностью формирования испытательного сигнала и определения длительности идентификации. В пакете реализованы следующие директивы: идентификация без самонастройки испытательного сигнала, идентификация с самонастройкой времени идентификации, идентификация с самонастройкой амплитуд испытательного сигнала и времени идентификации, идентификация с самонастройкой частот и амплитуд испытательного сигнала и времени идентификации.

В методе конечно-частотной идентификации используются испытательные сигналы, которые являются суммой гармоник, число которых не превышает размерности вектора состояний объекта. Директивы отличаются самонастройкой амплитуд, частот и длительностью испытательных сигналов.

2.3 Директивы частотной адаптации

Директивы частотного адаптивного управления предназначены для моделирования процессов адаптации и уточнения параметров алгоритмов идентификации и адаптации. Директивы могут быть применены для адаптации регулятора объекта (1).

Рассматривается два вида директив. Один вид является простым соединением директив идентификации и директив синтеза регуляторов. Это директивы для однорежимного объекта, в этих директивах матрицы объекта (1) являются постоянными во времени. Выполнение директивы происходит следующим образом: сначала проводится идентификация параметров объекта (1), с помощью директивы идентификации, а затем выполняется процедура синтеза регулятора для найденного объекта.

Во второй группе директив рассматриваются многорежимные объекты, позволяющие учитывать параметрические неопределенности объектов. Используя одну из директив адаптации однорежимного объекта, построен регулятор (5) для объекта (1). С течением времени коэффициенты объекта ушли от идентифицированных значений и точность регулятора снизилась. Требуется произвести идентификацию заново, и затем найти новый регулятор, обеспечивающий заданное качество управления. Примем при этом, что система (1), (2) сохранила устойчивость. Каждая процедура идентификации и последующий синтез регулятора означает смену режима объекта.

В пакете «Автоматика» содержится несколько директив каждой из групп, соответствующих разным директивам синтеза и идентификации.

3. Новые директивы

Описанные в п. 2.1 директивы синтеза основаны на решении уравнений Риккати, что представляет собой сложную вычислительную задачу. Новая директива синтеза решает туже задачу управления, то есть гарантирует выполнение требований (6) к точности, но для получения закона управления используется другая вычислительная процедура. При поиске регулятора вместо решения уравнения Риккати, используется тождество Безу, решение которого находится из системы линейных уравнений и дает искомый закон управления. В пакете реализована процедура синтеза для одномерного объекта. Также на основе этой процедуры реализованы директивы адаптивного управления одномерным объектом в однорежимном и многорежимном вариантах.

Рассмотрим подробнее работу новой директивы синтеза.

Систему (1), (5) в одномерном случае можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &d(s)y = k(s)u + f,\ \ y = z, \\ &\quad g(s)u = r(s)y, \end{aligned} \qquad (14)$$

где $d(s) = \sum_{i=0}^{n} d_i s^i$, $k(s) = \sum_{i=0}^{m} k_i s^i$, $\dfrac{r(s)}{g(s)} = C_c (I_n s - A_c)^{-1} B_c + D_c$, $g(s) = \sum_{i=0}^{n_c} g_i s^i$, $r(s) = \sum_{i=0}^{m_c} r_i s^i$.

Коэффициенты полиномов $d(s)$ и $k(s)$ найдены или известны.

Коэффициенты полиномов регулятора $r(s)$ и $g(s)$ находятся из тождества Безу

$$d(s)g(s) - k(s)r(s) = \psi(s) \qquad (15)$$

где $\psi(s) = \sum_{i=0}^{2n-1} \psi_i s^i$ — модальный полином степени $2n-1$, корни которого имеют отрицательные вещественные части.

Полином $\psi(s)$ имеет структуру

$$\psi(s) = \varepsilon(s)\delta_k(s)\delta(s) ,$$

где $\delta(s)$ — базовый полином степени n . Вещественные корни полинома $\delta(s)$ обозначим как $\left(-s_{\delta,i}\right)$, $\left(i = \overline{1,n}\right)$, тогда этот полином имеет вид:

$$\delta(s) = d_n \prod_{i=1}^{n} \left(s + s_{\delta,i}\right),$$

где d_n — коэффициент полинома $d(s)$ объекта при старшей степени s , $d_n > 0$.

Полином $\varepsilon(s)$ — полином реализуемости степени $n-m-1$, необходимый для реализуемости регулятора (условие реализуемости $\deg g(s) \ge \deg r(s)$). Полином $\varepsilon(s)$ формируется следующим образом

$$\varepsilon(s) = \prod_{i=1}^{n-m-1}\left(\frac{\mu_i}{s_\delta}+1\right)$$

где $s_\delta = \max\left[s_{\delta,1}, s_{\delta,2} \ldots, s_{\delta,n}\right]$, μ_i, $\left(i=\overline{n-m-1}\right)$ — достаточно малые, различные положительные числа.

При формировании полинома $\delta_k(s)$ возможны два случая.

Если у полинома $k(s)$ все корни имеют отрицательные вещественные части, то $\delta_k(s)=k(s)$. В этом случае в требовании (6) к точности системы можно обеспечить любое значение z_{st}^*.

Если полином $k(s)$ имеет положительные корни (для простоты предположим, что все корни $k(s)$ имеют положительные вещественные части), то $\delta_k(s)=k(-s)$. В этом случае существует предельно-достижимая точность системы $z_{st,\lim}$ (для случая $m=1$, $z_{st,\lim}=\dfrac{1}{|d(s_1)|}$). Требование к точности системы должны это учитывать ($z_{st}^* \ge z_{st,\lim}$).

В [5] показано, что если объект (1) минимально-фазовый и модули корней базового полинома $\delta(s)$ удовлетворяют следующим соотношениям

$$\prod_{i=1}^{n} s_{\delta,i} \ge \frac{f^*}{z_{st}^*}$$

$$s_{\delta,i} \ge \left|s_{d,i}\right|, \ \left(i=\overline{1,n}\right)$$

то регулятор из (14) обеспечивает требуемую точность (6) системы и достаточные запасы устойчивости по модулю и фазе.

Решение тождества (15) получим, составив систему линейных алгебраических уравнений, сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях s в правой и левой части тождества.

$$\sum_{i=0}^{n} d_i g_{\alpha-1} - \sum_{l=0}^{m} k_l r_{\alpha-l} = \psi_\alpha, \ (\alpha=\overline{0,2n-1}). \qquad (16)$$

Решение системы (16) существует и единственное, если степени полиномов $g(s)$ и $r(s)$ удовлетворяют неравенствам $n_c \ge n-1$ и $m_c \ge n-1$. Описанный метод построения полинома $\psi(s)$ обеспечивает выполнение этого требования.

4. Пример применения

В качестве примера рассмотрим работу директивы адаптации многорежимного объекта управления без настройки длительности идентификации.

Рассмотрим объект управления $d(s)y = k(s)u + f$. Объект имеет постоянные коэффициенты на трех интервалах. На начальном режиме его коэффициенты равны

$$d^{[0]}(s) = (5s+1)(0{,}04s^2+0{,}24s+1) = 0{,}2s^3+1{,}24s^2+5{,}24s+1, \ k^{[0]}(s) = 0{,}4s+1; \qquad (17)$$

а на первом и втором режимах они принимают значения

$$d^{[1]}(s) = (10s+1)(0{,}16s^2+0{,}48s+1) = 1{,}6s^3+4{,}96s^2+10{,}48s+1, \ k^{[1]}(s) = 0{,}3(0{,}4s+1), \qquad (18)$$

$$d^{[2]}(s) = (10s+1)(s^2+0{,}8s+1) = 10s^3+9s^2+10{,}8s+1, \ k^{[2]}(s) = 0{,}3(0{,}4s+1), \qquad (19)$$

которые неизвестны регулятору.

Эти коэффициенты таковы, что регулятор, найденный для начального режима работы объекта, не обеспечивает устойчивость системы с объектом во втором режиме. В связи с этим необходима адаптация регулятора.

Внешнее возмущение в течение эксперимента имеет вид $f(t) = 0{,}5\,\mathrm{sign}(\sin 2{,}5t)$.

Требуется найти регулятор $g(s)u = r(s)y$, который, после его адаптации, обеспечивает необходимую границу точности системы. В эксперименте требование к точности задано следующим $z_{st}^* = 0{,}01$ на режимах работы объекта.

На начальном режиме работы объекта для простоты считаем параметры объекта известными (существуют директивы для их поиска), регулятор строится по этим параметрам. В результате выполнения процедуры синтеза получен регулятор

$$g^{[0]}(s) = 0{,}0048s^2+0{,}608s+1{,}5; \ r^{[0]}(s) = -8{,}66s^2-93{,}7s-216. \qquad (20)$$

При выполнении расчетов для обеспечения требуемой точности модули корней базового полинома $\delta(s)$ выбраны как $s_{\delta,1}=3, \ s_{\delta,2}=11, \ s_{\delta,3}=33$. Они превышают модули корней полинома $d(s)$ объекта ($s_{d,1}=-0{,}2, \ s_{d,2,3}=-3\pm j4$), и поэтому система (17), (20) обладает запасами устойчивости.

В итоге модальный полином принял вид: $\psi(s) = 0{,}2(0{,}012s+1)(s+3)(s+11)(s+33)(0{,}4s+1)$, в котором полином реализуемости $\varepsilon(s) = \left(\dfrac{0{,}2}{s_{\delta,3}}s+1\right)$.

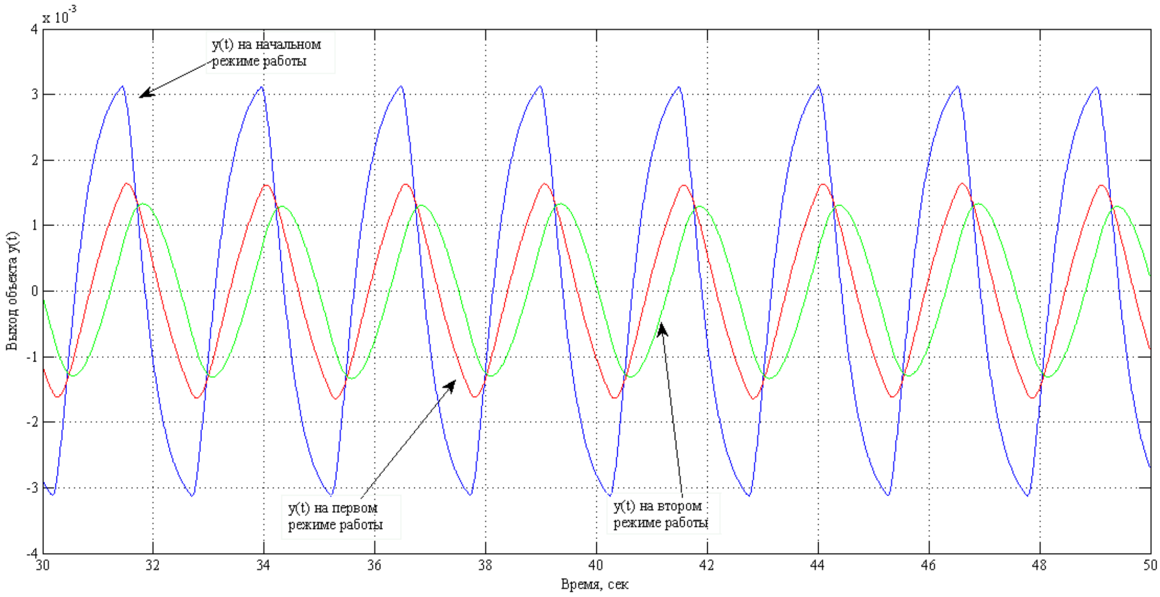

Рис. 3. Выход объекта на трех интервалах стационарности, после завершения адаптации

Выходной сигнал $y(t)$ на начальном режиме работы объекта приведен на рис. 3. Система (17), (20) обладает следующими характеристиками на нулевом интервале стационарности: $\sup\limits_{0\le\omega<\infty}\left|t_{yf}(j\omega)\right| = 0{,}0068$, где $t_{yf}(j\omega)$ — передаточная функция замкнутой системы, запас по фазе равен $68{,}2°$ и запас по модулю стремится к ∞.

На первом режиме коэффициенты объекта стали равны (18), и была проведена адаптация регулятора. В результате идентификации были найдены оценки коэффициентов полиномов объекта.

$$\hat{d}^{[1]}(s) = 1{,}04s^3 + 4{,}02s^2 + 8{,}77s + 1,\ \hat{k}^{[1]}(s) = 0{,}07s + 0{,}283. \quad (21)$$

Частоты ω_i $(i = \overline{1,3})$ испытательного сигнала были выбраны близкими к корням полинома $d(s)$ объекта на начальном режиме работы и равнялись $\omega_1^{[1]} = 0{,}2,\ \omega_2^{[1]} = 4,\ \omega_3^{[1]} = 6$.

После определения оценок (21) был синтезирован регулятор

$$0{,}0009\ddot{u}^{[1]} + 0{,}903\dot{u}^{[1]} + 0{,}34u^{[1]} = -18{,}4\ddot{y}^{[1]} - 116\dot{y}^{[1]} - 202y^{[1]}. \quad (22)$$

Объект был замкнут этим регулятором. Выход объекта на первом режиме приведен на рис 3. Система (18), (22) обладает следующими характеристиками: $\sup\limits_{0\le\omega<\infty}\left|t_{yf}(j\omega)\right| = 0{,}0056$, запас по фазе равен $74{,}8°$ и запас по модулю стремится к ∞.

На втором режиме коэффициенты объекта стали равны (19), и была проведена адаптация регулятора. В результате идентификации получены оценки коэффициентов объекта

$$\hat{d}^{[2]}(s) = 7{,}95s^3 + 9{,}27s^2 + 8{,}77s + 1,\ \hat{k}^{[2]}(s) = 0{,}092s + 0{,}273.$$

Испытательный сигнал сохранен прежним. Используя найденные оценки, синтезирован регулятор

$$0{,}0011\ddot{u}^{[2]} + 0{,}106\dot{u}^{[2]} + 0{,}306u^{[2]} = -80{,}2\ddot{y}^{[2]} - 262\dot{y}^{[2]} - 189y^{[2]}. \quad (23)$$

На рис. 3 приведен выход объекта при действии внешнего возмущения, точность системы соответствует требуемой. Система (19), (23) обладает следующими характеристиками: $\sup\limits_{0\le\omega<\infty}\left|t_{yf}(j\omega)\right| = 0{,}0103$, запас по фазе равен $78{,}4°$ и запас по модулю стремится к ∞.

Литература:

1) Alexandrov A. G. and S. Yu. Panin (1997). GAMMA-1PC as CACSD tools for practisins engineers. Proceedings of 7th Symposium on Computer Aided Control System Design (CACSD'97), Gent, Belgium, P. 287-292

2) Alexandrov A. G., Yu. F. Orlov and L. S. Mikhailova (2009). ADAPLAB-3: finite-frequency identification and adaptation toolbox for MATLAB. Preprints of the 15th IFAC Symposium on System Identification. Saint-Malo, France, P. 498-503

3) Александров А. Г., Шатов Д.В. Пакет "Автоматика" для MATLAB. "Системы технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта" (CAD\CAM\PDM-2011) Тезисы 11-й международной конференции. Под ред. Е.И. Артамонова. -- М.: Институт проблем управления РАН - 2011, с. 15.

4) Александров А.Г., Шатов Д.В. Пакет «Автоматика»: расширение возможностей / Труды 12-й международной конференции «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» (CAD/CAM/PDM-2012), Под редакцией Е.И. Артамонова. М.: ООО «Аналитик», 2012. С. 41-46.

5) Александров А.Г., Шатов Д.В. Частотно-модальное адаптивное управление. Труды 12-й Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XII), М.: ИПУ РАН, 2014 С. 135—146.