

Министерство образования РФ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ  
ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

АКАДЕМИЯ ВОЕННЫХ НАУК

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

\*\*\*\*\*

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ

*Труды Международной научной конференции*

# ANALYTICAL THEORY OF AUTOMATIC CONTROL AND ITS APPLICATIONS

*Proceedings of International scientific conference*

САРАТОВ - 2000

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ  
ТЕОРИЯ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ  
И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Труды  
Международной  
научной  
конференции

Саратов,  
5—9 июня 2000 года

ISBN 5-7433-0758-X

Конференция проведена  
при финансовой  
поддержке Российского фонда  
фундаментальных исследований  
(проект № 00-01-10084)

Оргкомитет конференции:

- д.т.н., проф. В.А.Подчукаев  
(председатель);
- д.т.н., проф. В.В.Сафонов  
(зам. председателя);
- д.т.н., проф. В.С.Дрогайцев;
- д.т.н., проф. С.В.Петров;
- д.т.н., проф. В.А.Твердохлебов,
- к.т.н., доц. М.Ф.Степанов  
(отв.секретарь)

Адрес Оргкомитета:  
410054, Саратов, Политехническая, 77, а/я 85  
Телефон - +7(845-2)-52-64-60  
E-mail: [tki@sstu.saratov.su](mailto:tki@sstu.saratov.su)

© РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ  
ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК, 2000  
© АКАДЕМИЯ ВОЕННЫХ НАУК, 2000  
© Саратовский  
государственный  
технический  
университет, 2000

## КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ: КОНЦЕПЦИЯ

© 2000 г., д.ф.-м.н. А.Г.Александров,

Россия, Москва,

Московский государственный институт стали и сплавов

(технологический университет)

E-mail: misis@elsite.ru

Формулируются понятия точности, качества и грубости многомерных систем автоматического управления. На базе этих понятий формируется концепция конструктивной теории, которая развивает классическую теорию управления. Исследуются истоки и намечаются направления исследований.

### ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное развитие теории автоматического управления в последние десятилетия приводит как к появлению новых так и углублению традиционных ее направлений.

Можно выделить некоторые направления, которые доминировали в различные периоды: классическая (частотная) теория [1], стохастическое [2] и минимаксное (Н-оптимизация) [3] управления. Модели целей управления и возмущений являются некоторыми постулатами (аксиомами) этих направлений, которые являются, в сущности, различными теориями, слабо связанными друг с другом и различающимися методами исследования и содержательностью результатов с теоретической и практической точки зрения.

Классическая теория исходит из моделей целей систем управления (прямых показателей: установившейся ошибки, времени регулирования, перерегулирования и т.д.), которые отражают опыт разработки реальных систем управления и поэтому она широко используется на практике. Эти показатели легко обобщаются [4] на случай многомерных систем и произвольных ограниченных возмущений.

В настоящей работе формулируются определение управления, из которого следуют (а не постулируются) указанные показатели, а их строгое определение базируется на понятие параметрического типового воздействия, обобщающего известное классическое понятие. Эти показатели служат основой предлагаемой концепции конструктивной теории управления, которая является развитием классической теории.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ

Управление — это воздействие на процессы различной (технической, биологической, социальной) природы, предназначенное для достижения заданных целей.

Чтобы дать более подробное определение управления приведем необходимые определения.

Процесс, который должен быть направлен к заданной цели, называется управляемым процессом (объектом управления).

Устройство для формирования воздействия на объект управления называется устройством управления (управляющим устройством).

Объект и устройство управления образуют систему управления. Материальный мир, не включающий в себя систему управления, называется средой. Возмущение — это воздействие среды на систему управления.

На рис. 1 показана структурная схема системы управления, где  $\chi(t) \in R^m$  — управление,  $t$  — время,  $\xi(t) \in R^r$  — измеряемые переменные,  $\psi(t) \in R^{m_1}$  — регулируемые переменные,  $f(t) \in R^{\mu}, (f_1(t) \in R^{\mu_1}, f_2(t) \in R^{\mu_2})$  — возмущение, которое не известно заранее и не измеряется,  $\psi^*(t) \in R^{m_1}$  — заданная целевая функция.

Известны два вида целевых функций. Первый вид — целевая функция  $\psi^*(t)$  известна на всём интервале работы системы, второй вид — эта функция известна в текущий момент времени  $t$ . В этом случае она называется задающим воздействием и вектор  $\psi^*(t)$  обозначается как  $g(t)$ .

Цель управления часто задаётся вектором чисел, которые являются функционалами регулируемых переменных. Поэтому целевая функция  $\psi^*(t)$  часто находится в результате оптимизации функционалов цели при известной модели объекта управления. При этом предполагается, что возмущение  $f(t) = 0$ . Одновременно с нахождением  $\psi^*(t)$  находится оптимальное программное управление  $u_{np}$  (а также измеряемые переменные  $y_{np}(t)$ ) .

Неучтённая функция  $f(t)$  приводит к ошибкам управления  $z(t) = \psi(t) - \psi^*(t)$ . Для уменьшения этих ошибок служит стабилизирующее управление  $u(t)$ , которое формируется с использованием измеряемых ошибок  $y(t) = \xi(t) - y_{np}(t)$  . Структурная схема системы принимает теперь вид, показанный на рис.2 .

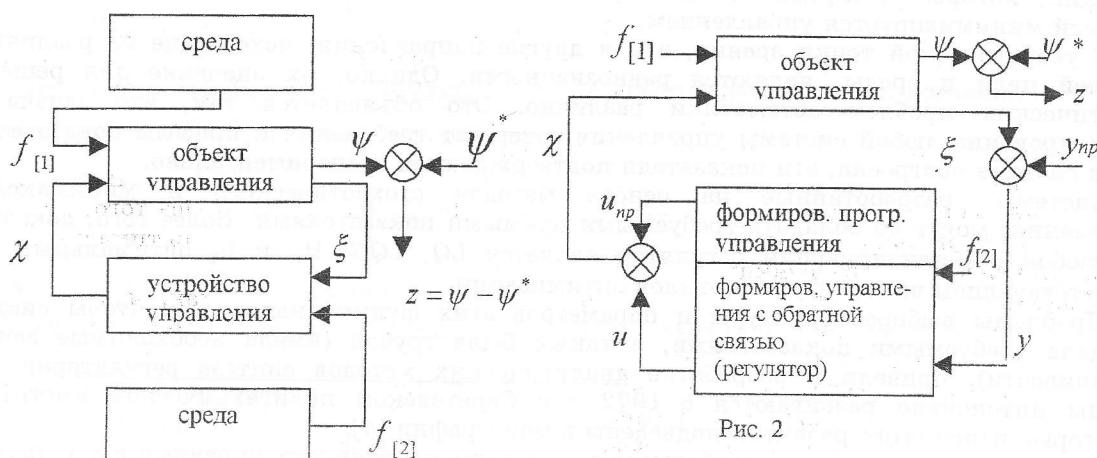


Рис.1

Рис. 2

Если целевая функция является задающим воздействием и регулируемый вектор совпадает с измеряемым ( $\psi(t) = \xi(t)$ ) , то структурная схема системы принимает вид, показанный на рис. 3 и называется следящей системой. Заметим, что в ней отсутствует программное управление ( $u_{np}(t) = 0$ ) , так как его трудно определить, если  $\psi^*(t)$  неизвестно заранее. Отметим также, что часто  $\psi^*(t) = \text{const}$ , в этом случае говорят о стабилизации стационарной точки системы (положения равновесия системы).

Цели стабилизирующего управления для одномерного объекта управления ( $r=m=1$ ), в котором  $z = y$ , можно описать следующим образом: точность управления характеризуется минимальным числом  $\varepsilon$ , для которого выполняется неравенство  $|z(t)| \leq \varepsilon$ ,  $t \geq t_{\text{рег}}$  , где  $t_{\text{рег}}$  — время регулирования, в течении которого допускается превышения числа  $\varepsilon$ .

Эти цели стабилизации называются прямыми показателями в отличие от косвенных показателей, к числу которых относится значение квадратичного функционала ошибок управления, области расположения корней характеристического полинома системы,  $H_\infty$  норма передаточной матрицы системы и т.д.

Теперь можно дать более развернутое определение управления.

Управление — это воздействие на управляемый процесс, обеспечивающее при действии возмущений достижение целевых функций с требуемой точностью  $\varepsilon$  , которая достигается по истечению заданного времени  $t_{\text{рег}}$  .

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ — НАЧАЛО КОНСТРУКТИВНОЙ ТЕОРИИ

Теория автоматического управления развивается в нескольких направлениях, которые отличаются моделями целей стабилизации и возмущений.

В период 1935 — 1955 г.г. сложилось направление (его часто называют классической теорией управления), в котором цели описываются прямыми показателями, задающие воздействия — детерминированные функции (ступенчатые либо гармонические типовые

воздействия), а внешние возмущения и помехи отсутствуют. При этих предположениях были разработаны методы анализа и синтеза одномерных систем.

В последующие 20 лет доминировала стохастическая теория, где среда описывается случайными гауссовскими процессами, а цель управления — математическое ожидание квадратичного функционала. В этом направлении были получены эффективные методы оптимального управления в многомерных системах (АКОР,  $LQG$  — оптимизация, фильтр Калмана).

Последние 10 лет доминирует минимаксная теория управления, которая развивается, в частности, в рамках  $H_\infty$  оптимального управления. В этом направлении цель управления описывается как  $H_\infty$  норма передаточной матрицы системы, а возмущения — неизвестные функции, которые доопределяются из условия максимума квадратичного функционала, который минимизируется управлением.

С теоретической точки зрения, эти и другие направления, исходящие из различных моделей цели и среды, являются равнозначными. Однако, их значение для решения практических проблем автоматики различно. Это объясняется тем, что задача на проектирование любой системы управления содержит требования к прямым показателям. Когда система построена, эти показатели подтверждаются экспериментально.

Системы, разработанные на основе методов стохастического и минимаксного управления, могут не обладать требуемыми прямыми показателями. Более того, доказано, что любой стабилизирующий регулятор является  $LQ$ ,  $LQG$ ,  $H_\infty$  и  $L_1$  оптимальным при соответствующем выборе функционалов оптимизации.

Проблемы выбора структуры и параметров этих функционалов так, чтобы система обладала требуемыми показателями, а также была грубой (имела необходимые запасы устойчивости), привели к разработке аналитических методов синтеза регуляторов. Эти методы интенсивно развиваются с 1972 г в Саратовском политехническом институте. Некоторые итоги этого развития подведены в монографии [4].

Последнее десятилетие разрабатываются методы адаптивного управления по прямым показателям, а также идентификации при неопределенных ограниченных возмущениях. Это, вместе с аналитическим синтезом регуляторов, образует начало конструктивной теории, в которой цели управления многомерных систем выражаются прямыми показателями, а среда описывается детерминированными функциями с неопределенными параметрами (параметрические типовые воздействия). Термин “конструктивное” отражает использование прямых показателей, с помощью которых формулируются требования к системе управления при её конструировании.

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ТИПОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

Сформируем вектор воздействия на систему  $f(t) = [f_{[1]}^T(t), f_{[2]}^T(t), g^T(t)]^T$

Компоненты этого вектора — ограниченные функции:  $|f_i(t)| \leq f_i^*$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ ,  $\mu = \mu_1 + \mu_2 + m_1$ ), где  $f_i^*$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ ) — заданные числа.

Введем некоторый  $\mu$ -мерный вектор  $f^s(p, t)$ , который известен с точностью до некоторого вектора чисел  $p$ . Его компоненты  $f_i^s(p_{[i]}, t)$  ( $i = \overline{1, \mu}$ ) зависят от векторов  $p_{[i]} = [p_{i,1}, \dots, p_{i,n_i}]$  ( $i = \overline{1, \mu}$ ), элементы которых находятся в пределах  $\underline{p}_{ij} \leq p_{ij} \leq \overline{p}_{ij}$  ( $i = \overline{1, \mu}$ ,  $j = \overline{1, n_i}$ ), где  $\underline{p}_{ij}$  и  $\overline{p}_{ij}$  ( $i = \overline{1, \mu}$ ,  $j = \overline{1, n_i}$ ) — заданные числа.

Обозначим это множество  $\Omega$ .

Функция  $f^s(p, t)$  должна удовлетворять условиям:

а) ограниченности:  $|f_i^s(p_{[i]}, t)| \leq f_i^*$ ,  $p_{[i]} \in \Omega_i$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ ),  $\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_\mu = \Omega$ .

б) границы  $f_i^*$  должны достигаться:  $\max_{p_{[i]} \in \Omega_i} \max_{t_0 \leq t \leq \infty} f_i^s(p_{[i]}, t) = f_i^*$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ )

в) существуют числа  $Z_{i,yet}(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sup |z_i(p, t)|$ , ( $i = \overline{1, m_1}$ ),  $\forall p \in \Omega$

Определение 4.1 Параметрическим типовым воздействием называется заданная вектор-функция, зависящая от вектора параметров  $p \in \Omega$  и удовлетворяющая требованиям (а)-(в).

## ПРЯМЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Пусть система возбуждена параметрическим типовым воздействием

Определение 5.1. Установившейся ошибкой называется вектор  $\varepsilon_{\text{уст}}$  с компонентами:

$$\varepsilon_{i,\text{уст}} = \max_{p \in \Omega} |z_{i,\text{уст}}(p)| \quad (i = \overline{1, m_1}) \quad (1)$$

Определение 5.2. Временем регулирования называется вектор  $t_{\text{рег}}$ , компоненты  $t_{\text{рег},i}$  которого таковы, что выполняются неравенства

$$\frac{|z_i(p,t) - z_{i,\text{уст}}(p)|}{z_{i,\text{уст}}} \leq \varepsilon_i^*, \quad t \geq t_{\text{рег},i} \quad (i = \overline{1, m_1}) \quad \forall p \in \Omega \quad (2)$$

где  $\varepsilon_i^*$ , ( $i = \overline{1, m_1}$ ) – заданные числа.

Определение 5.3. Перерегулированием называется вектор  $\sigma$  с компонентами

$$\sigma_i = \max_{0 \leq t \leq t_{\text{рег},i}} \max_{p \in \Omega} \frac{|z_i(p,t) - z_{i,\text{уст}}(p)|}{z_{i,\text{уст}}(p)} \cdot 100\% \quad (i = \overline{1, m_1}) \quad (3)$$

Показатели (1) будем называть показателями точности, а показатели (2),(3) – показателями качества. Эти показатели могут быть проверены экспериментально.

## ВНУТРЕННИЕ ЦЕЛИ СИСТЕМЫ (ПОКАЗАТЕЛИ ГРУБОСТИ)

Показатели грубости системы являются "внутренними", так как они не присутствуют в задании на проектирование системы, а служат для обеспечения прямых ("внешних") показателей.

Введем понятие радиусов запасов устойчивости, которые обобщают классические понятия запасов устойчивости по фазе и модулю.

Определение 6.1 Радиусами запасов устойчивости называются числа

$$r^{(1)} = \min \{ r_i^{(1)}, \dots, r_m^{(1)} \}, \quad r^{(2)} = \min \{ r_i^{(2)}, \dots, r_r^{(2)} \},$$

$$\text{где } r_i^{(1)} = \min_{0 \leq \omega \leq \infty} |1 + w_i^{(1)}(j\omega)|, \quad (i = \overline{1, m}), \quad r_k^{(2)} = \min_{0 \leq \omega \leq \infty} |1 + w_k^{(2)}(j\omega)|, \quad (k = \overline{1, r})$$

$w_i^{(1)}(s)$ , ( $i = \overline{1, m}$ ) – передаточная функция системы, разомкнутой по  $i$ -тому входу объекта,  $w_k^{(2)}(s)$ , ( $k = \overline{1, r}$ ) – передаточная функция системы, разомкнутой по  $k$ -тому выходу регулятора. Они связывают показанные на рисунке 4 функции  $v_{1i}$  с  $u_i$  и  $v_{2k}$  с  $y_k$  соответственно. Эти передаточные функции могут быть определены экспериментально, замкнуть ключи  $k_1$  и  $k_2$ , измерить выходы фильтров Фурье и вычислить значения передаточных функций для различных частот  $\omega$ .

Нетрудно проверить что, если  $r^{(1)} \geq 0.75$ , то запасы по фазе и модулю  $\geq 42^\circ$ ,  $L_i^{(1)} > 1.75$ , ( $i = \overline{1, m}$ ). Аналогично, если  $r^{(2)} \geq 0.75$ , то  $\phi_{3k}^{(2)} \geq 42^\circ$ ,  $L_k^{(2)} > 1.75$ , ( $k = \overline{1, r}$ ).

Определение 6.2 Система называется грубой, если  $r^{(1)} \geq 0.75$ ,  $r^{(2)} \geq 0.75$ .

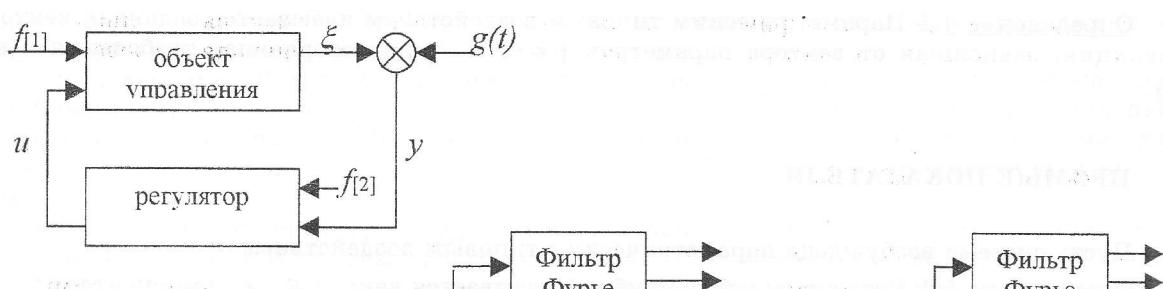


Рис. 3

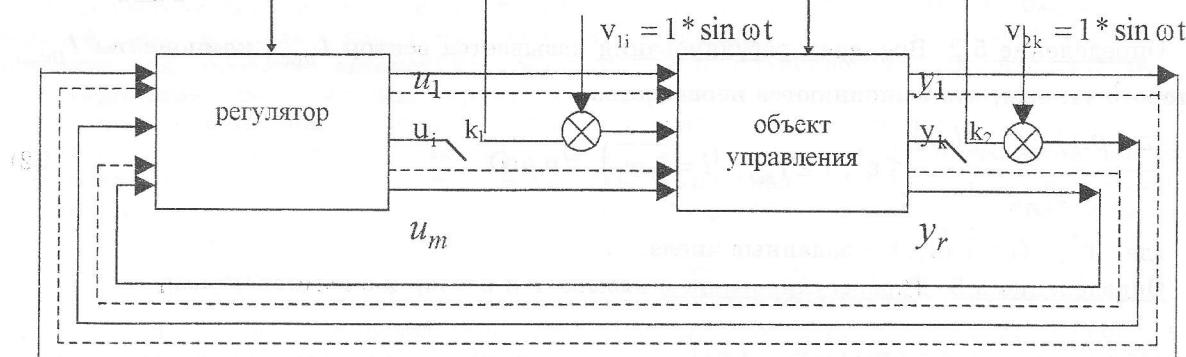


Рис. 4

## НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КОНСТРУКТИВНОЙ ТЕОРИИ

Конструктивная теория включает в себя:

- анализ прямых показателей процесса качества и точности, а также грубости регулирования, идентификации, адаптивного управления,
- синтез регуляторов и адаптивного управления по заданным границам этих показателей.

Задача синтеза регуляторов формулируется так:

Найти уравнения регулятора, который для заданного типового воздействия обеспечивает выполнение неравенств

$$\varepsilon_{i,y_{\text{уст}}} \leq \varepsilon_{y_{\text{уст}}}^*, t_{\text{пер}} \leq t_{\text{пер}}^*, \sigma \leq \sigma^*,$$

где  $\varepsilon_{y_{\text{уст}}}^*$ ,  $t_{\text{пер}}^*$ ,  $\sigma^*$  — заданные вектора чисел.

В работах [5]—[7] решена задача синтеза регуляторов многомерных систем по заданным требованиям к точности при параметрических типовых воздействиях в виде гармонических функций с неизвестной, ограниченными амплитудами и неизвестными частотами. Это означает, что  $f_i^s(p, t) = p_{i,1} \sin p_{i,2} t$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ ), где  $|p_{i,1}| \leq f_i^*$ ,  $0 \leq p_{i,2} \leq \infty$ , ( $i = \overline{1, \mu}$ ).

Решение этой задачи основано на процедуре выбора структуры и параметров матриц функционала оптимизации в АКОР и  $H_\infty$  управлении. При этом рассматриваются различные структуры моделей объектов: в работе [5] — минимально-фазовые объекты, в [6] — объекты с полностью измеряемым вектором пространства состояний и специальной структурой матрицы при возмущении  $f(t)$ . В работе [7] рассматривается общий случай структуры линеаризованной модели объекта и показано, что в этом случае не всегда может быть получена желаемая точность.

В работе [8] показано, что системы, синтезируемые на основе процедур АКОР, удовлетворяют одному из требований грубости:  $r^{(1)} \geq 1$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформирована концепция конструктивной теории управления. Она опирается на понятие параметрического типового воздействия и базирующихся на нем прямых показателей многомерных систем.

Концепция открывает перспективы развития направления теории управления, ориентированного на практическое применение.

Параметрические типовые воздействия являются мостом, связывающим теорию управления с задачами построения систем управления для различных отраслей техники (роботы, транспорт и т.д.). Поэтому необходимо построить параметрические типовые воздействия наиболее характерные для различных отраслей техники (характерные типовые воздействия) и разработать методы анализа систем и синтеза регуляторов по прямым показателям, а также методы идентификации и адаптивного управления для характерных типовых воздействий.

Решение этих задач во многих случаях можно осуществить используя результаты стохастического и минимаксного направлений, конкретизируя используемые в этих теориях воздействия типовыми, выбирая соответствующим образом матрицы (матрицы квадратичного функционала, корреляционные матрицы и т.д.), которые считаются заданными в этих теориях.

Решение этих задач необходимо как для развития теории управления так и для внедрения ее результатов в практику и поможет сократить разрыв между теoriей и практикой.

## Список литературы

1. Основы автоматического регулирования / Под ред. В.В. Соловникова. - М.: Машгиз, 1954.
2. Сайдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи с управлением. - М.: Мир, 1976.
3. Барабанов А.Е., Первозванский А.А. Оптимизация по равномерно-частотным показателям ( $H_\infty$  теория) // Автоматика и телемеханика №9, 1992, (3-32).
4. Александров А.Г. Синтез регуляторов многомерных систем. - М.: Машиностроение, 1986.
5. Александров А.Г. Аналитический синтез передаточных матриц регуляторов на основе частотных критериев качества. I // Автоматика и телемеханика №2, 1972.
6. Тимофеев Ю.К. Статические ошибки аналитически сконструированных систем // Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвузовский научный сборник, Саратовский политехнический институт, 1976, с. 53-60.
7. Александров А.Г., Честнов В.Н. Синтез систем заданной точности I, II // Автоматика и телемеханика №7, №8, 1998.
8. Александров А.Г., Небалуев Н.А. Аналитический синтез передаточных матриц регуляторов на основе частотных критериев качества. I // Автоматика и телемеханика №12, 1971.

*Abstract. The concepts of accuracy, quality and roughness of multivariate automatic control systems are stated. On the basis of these concepts the concept of the design theory is shaped, which one develops the classic theory of handle. The sources are researched and the directions of researches are scheduled.*

УДК 629.7:62-50

## СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОЙ КОРРЕКЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

© 2000 г., к.т.н. В.А. Денисов

Россия, Тольятти,

Тольяттинский политехнический институт

Рассмотрены вопросы синтеза нелинейной коррекции, позволяющей повысить точность формирования переходных процессов в системе автоматического управления.