ПАКЕТ ПРОГРАММ АДАПЛАБ: НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ АДАПТАЦИИ

А.Г. Александров
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная, 65
E-mail: alex7@ipu.rssi.ru

Ю.Ф. Орлов
Электростальский политехнический институт (филиал)
Московского государственного института стали и сплавов
(технологического университета)
Россия, 144000, Московская область, Электросталь, Первомайская, 7
E-mail: misis@elsite.ru

Ключевые слова: программное обеспечение, идентификация, адаптивное управление, частотный подход.
Key words: software, identification, adaptive control, frequency domain approach.

В работе описываются новые возможности для моделирования процессов адаптации в пакете программ АДАПЛАБ. Разработан ряд новых директив оптимального и точного адаптивного управления, расширивший класс решаемых в пакете задач. Приведен пример работы с пакетом.

PROGRAM PACKAGE ADAPLAB: A NEW FACILITIES FOR MODELING OF ADAPTION PROCESS / A.G. Alexandrov (Institute of Control Sciences, 65, Profsoyuznaya, Moscow, 117997, Russia, E-mail: alex7@ipu.rssi.ru), Yu.F. Orlov (Electrostal Department of Moscow Steel and Alloys Institute (Technological University), 7, Pervomayskaya, Electrostal, Moscow Region, 144000, Russia, E-mail: misis@elsite.ru). In the paper new possibilities of package ADAPLAB are described. Now the package contains a number of new directives: ``Accurate adaptive control on the base of $LQ$-optimization'', ``H_∞-suboptimal adaptive control'', ``Accurate adaptive control on the base of H_∞-optimization''. An example of the package application is given.

1. Введение

АДАПЛАБ – это пакет прикладных программ для персональных ЭВМ типа IBM PC (и совместимых с ней), предназначенный для моделирования процессов идентификации и адаптивного управления, а также определения настраиваемых параметров алгоритмов идентификации и адаптации по результатам моделирования.

Он предназначен для инженеров – разработчиков систем управления. Такой инженер (пользователь) указывает номер директивы (решающей его задачу), вводит по запросу ЭВМ необходимые данные и анализирует результаты.

Главное отличие АДАПЛАБ от аналогичных пакетов [1-3] состоит в учёте неизвестных ограниченных внешних возмущений, действующих на объект управления.

Одним из основных подходов к идентификации и адаптивному управлению непрерывными объектами при ограниченных возмущениях является частотный подход [4]. Частотные алгоритмы доминируют в пакете.

АДАПЛАБ использует также алгоритмы, основанные на методе наименьших квадратов и эталонной модели [5]. Результаты моделирования с использованием различных алгоритмов идентификации и адаптации позволяют выбрать соответствующий алгоритм.

2. Структура пакета

Классы решаемых задач пакета программно реализованы в виде **директив** и включают в себя, в частности:

- Частотную идентификацию
- Идентификацию на основе метода наименьших квадратов
- Частотное адаптивное управление
- Адаптивное управление на основе метода наименьших квадратов
- Адаптивное управление с эталонной моделью

Директивы используют *основные* **модули**, среди которых: преобразование формы «вход-выход» в форму Коши, моделирование объекта, моделирование системы «объект-регулятор», фильтр Фурье, решение частотных уравнений идентификации, решение тождества Безу; *вспомогательные*, среди которых: вычисление значений передаточной функции на наборе частот, рекуррентный алгоритм МНК; и подпрограммы *согласования* модулей, среди которых: установка начальных условий системы, вычисление интервала дискретности.

Модули используют подпрограммы *общего математического обеспечения*, содержащие операции над наборами комплексных чисел, полиномами, матрицами, решения систем линейных алгебраических, дифференциальных и разностных уравнений.

Ввод и сохранение данных обеспечивают подпрограммы *«ввода-вывода»*. Имеется интерфейс ввода, вывод таблиц и графиков на экран, ведение протокола и пр.

3. Новые директивы

За время, прошедшее с предыдущей публикации [6], в пакете появился ряд новых директив точного адаптивного управления, расширивший его функциональные возможности. Задача точного адаптивного управления состоит в следующем. Имеется линейный объект с неизвестными коэффициентами, функционирующий при неизвестных ограниченных внешних возмущениях. Ищется адаптивный регулятор, обеспечивающий заданные допуска на выход объекта. Эта задача решается на основе конечно-частотной идентификации с использованием процедур аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР, в зарубежной литературе – LQ-оптимизации) а также процедур H_∞-субоптимального управления. Ниже приведено детальное описание каждой из указанных процедур на примере двух директив оптимального и двух – точного адаптивного управления.

4. Процедура АКОР

Для описания процедуры [7] АКОР рассмотрим полностью управляемый и полностью наблюдаемый линейный стационарный объект описываемый уравнением

(1) $$y^{(n)} + d_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + d_1\dot{y} + d_0 y = k_\nu u^{(\nu)} + k_{\nu-1}u^{(\nu-1)} + \ldots + k_1\dot{u} + k_0 u, \quad t \ge t_0,$$

где $y(t)$ – измеряемый выход, $u(t)$ – управляемый вход и $n > \nu$.

Реализованное в процедуре LQ-оптимальное управление позволяет найти регулятор

(2) $$g_n u^{(n)} + g_{n-1}u^{(n-1)} + \ldots + g_1\dot{u} + g_0 u = r_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + r_1\dot{y} + r_0 y,$$

обеспечивающий минимум функционала оптимизации

(3) $$J = \int_{t_0}^{\infty}\left(q_{11}y^2 + q_{22}\dot{y}^2 + \cdots + q_{nn}y^{(n-1)2} + u^2 + \varepsilon_1\dot{u}^2 + \cdots + \varepsilon_n u^{(n)2}\right)dt,$$

[в котором $q_{ii} > 0 \ \ (i = \overline{1,n})$] на асимптотически устойчивых движениях системы (1), (2)

$$y(t \to \infty) = \dot{y}(t \to \infty) = \cdots = y^{(n-1)}(t \to \infty) = 0,$$

возбужденных произвольными начальными отклонениями

$$y(t_0) = y_{10}, \quad \dot{y}(t_0) = y_{20}, \quad \ldots, \quad y^{(n-1)}(t_0) = t_{n0}.$$

Процедура 1 (АКОР) оформленная в виде подпрограммы пакета АДАПЛАБ, состоит из следующей последовательности операций:

1. Вычисляется полином

$$\Delta(s) = d(s)d(-s)\varepsilon(s^2) + .k(s)k(-s)q(s^2)$$

четных степеней s и декомпозируется в произведение

$$\Delta(s) = \delta(s)\delta(-s).$$

Здесь $d(s) = d_0 + d_1 s \ + \ldots + d_{n-1}s^{n-1} + s^n$, $k(s) = k_0 + k_1 s \ + \ldots + k_\nu s^\nu$, $\varepsilon(s^2) = 1 - \varepsilon_1^2 s^2 + \ldots + (-1)^n \varepsilon_n^2 s^{2n}$ и $q(s^2) = q_{11}^2 - q_{22}^2 s^2 + \ldots + (-1)^{n-1} q_{nn}^2 s^{2(n-1)}$.

2. Решается модальное тождество

$$d(s)g(s) - k(s)r(s) = \delta(s),$$

в котором $g(s) = g_0 + g_1 s \ + \ldots + g_{n-1}s^{n-1} + g_n s^n$ и $r(s) = r_0 + r_1 s \ + \ldots + r_{n-1}s^{n-1}$ – полиномы с искомыми коэффициентами $g_i \ (i = \overline{0,n})$ и $r_i \ (i = \overline{0,n-1})$ регулятора (2).

5. Точное адаптивное управление на базе процедуры АКОР

Точное адаптивное управление на базе процедуры 1 (АКОР) в настоящей работе представлено директивой 313*: «Управления по критерию точности с применением АКОР»*. Для описания этой директивы рассмотрим полностью управляемый и полностью наблюдаемый линейный стационарный объект описываемый уравнением

(4)
$$y^{(n)}+d_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+d_1\dot{y}+d_0y=k_\nu u^{(\nu)}+k_{\nu-1}u^{(\nu-1)}+\ldots+k_1\dot{u}+k_0u+$$
$$+m_\mu f^{(\mu)}+m_{\mu-1}f^{(\mu-1)}+\ldots+m_1\dot{f}+m_0f,\quad t\ge t_0,$$

где $y(t)$ – измеряемый выход, $u(t)$ – управляемый вход, $f(t)$ – внешнее возмущение – ступенчатая либо гармоническая функция, ограниченная: $|f(t)|\le f^*$ заданным положительным числом f^*. Параметры этого объекта – коэффициенты $d_i\ (i=\overline{0,n-1})$ и $k_i\ (i=\overline{0,\nu})$ неизвестны.

Реализованное в директиве 313 LQ-оптимальное адаптивное управление позволяет при заданной границе f^* внешнего возмущения найти регулятор

(2)
$$g_nu^{(n)}+g_{n-1}u^{(n-1)}+\ldots+g_1\dot{u}+g_0u=r_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+r_1\dot{y}+r_0y,\quad t\ge t_N,$$

обеспечивающий заданную точность y^* регулирования в установившемся режиме, т.е.

$$y_{уст}=\lim_{t\to\infty}\sup|y(t)|\le y^*.$$

5.1. Управление известным объектом

При известных коэффициентах $d_i\ (i=\overline{0,n-1})$ и $k_i\ (i=\overline{0,\nu})$ объекта (4), коэффициенты $g_i\ (i=\overline{0,n})$ и $r_i\ (i=\overline{0,n-1})$ регулятора (5) определяются по следующему алгоритму:

1. Определяется вид объекта: минимально-фазовый либо неминимально-фазовый.
2. По заданной точности регулирования и границе внешнего возмущения вычисляется коэффициент
$$q_{11}=\frac{f^{*2}}{y^{*2}}$$
функционала оптимизации (3) а остальные его коэффициенты полагаются равными нулю: $q_{ii}=0\ \left(i=\overline{2,n}\right)$ и $\varepsilon_i=0\ \left(i=\overline{1,n}\right)$.
3. Выполняется процедура 1 с $q(s^2)=q_{11}$ и $\varepsilon(s^2)=1$.
4. Определяется частота среза, из условия: $\omega=\omega_{ср}$, если
$$\left|\frac{k(j\omega)r(j\omega)}{d(j\omega)g(j\omega)}\right|=1.$$
5. По формуле (с масштабирующим множителем α)
$$\varepsilon_i^2=\frac{C_n^i}{\alpha^{2i}\omega_{ср}^{2i}}\quad i=\overline{1,n}$$
вычисляются коэффициенты полинома $\varepsilon(s^2)=1-\varepsilon_1^2s^2+\ldots+(-1)^n\varepsilon_n^2s^{2n}$.

6. Строится полином $\delta(s)=\delta_0+\delta_1 s+\ldots+\delta_{2n}s^{2n}$ качества и синтезируется новый регулятор (т.е. выполняется процедура 1 с найденными значениями (7)).
7. Определяется радиус запаса устойчивости системы

$$R=\min_{\omega}\left|\frac{\delta(j\omega)}{d(j\omega)g(j\omega)}\right|.$$

Алгоритм завершается с найденными значениями коэффициентов регулятора и полиномом качества, если $R<0.7$ для неминимально-фазового объекта либо $R>0.7$ для минимально-фазового. В противном случае, изменяется (уменьшается для неминимально-фазового объекта либо увеличивается для минимально-фазового) значение q_{11} на некоторое значение (шаг) и осуществляется возврат к пункту 3 настоящего алгоритма.

5.2. Процесс идентификации

При неизвестных коэффициентах d_i $(i=\overline{0,n-1})$ и k_i $(i=\overline{0,\nu})$ объекта (4), для построения регулятора (5) применяется адаптивное управление, которое описывается уравнениями с кусочно-постоянными коэффициентами

(8)
$$g_n^{[k]}u^{(n)}+g_{n-1}^{[k]}u^{(n-1)}+\ldots+g_1^{[k]}\dot{u}+g_0^{[k]}u=r_{n-1}^{[k]}y^{(n-1)}+\ldots+r_1^{[k]}\dot{y}+r_0^{[k]}y+$$
$$+l_{n-1}v^{(n-1)}+\ldots+l_1\dot{v}+l_0v,\quad t_{k-1}\le t\le t_k\quad k=\overline{1,N}.$$

В этих уравнениях k – номер интервала адаптации $(k=\overline{1,N})$, t_k – момент окончания k-го интервала, значение t_k также как число N и коэффициенты g_i $(i=\overline{0,n})$ и r_i $(i=\overline{0,n-1})$ находятся в процессе адаптации, l_i $(i=\overline{0,n-1})$ – заданные коэффициенты, $v(t)$ – испытательный сигнал.

На первом интервале адаптации идентифицируется объект (4), по которому, затем, синтезируется регулятор (8) для второго интервала адаптации. Идентифицированный объект имеет вид

(9)
$$y^{(n)}+d_{n-1}^{[1]}y^{(n-1)}+\ldots+d_1^{[1]}\dot{y}+d_0^{[1]}y=k_\nu^{[1]}u^{(\nu)}+k_{\nu-1}^{[1]}u^{(\nu-1)}+\ldots+k_1^{[1]}\dot{u}+k_0^{[1]}u+$$
$$+m_\mu f^{(\mu)}+m_{\mu-1}f^{(\mu-1)}+\ldots+m_1\dot{f}+m_0f,$$

с ошибками идентификации $d_i^{[1]}-d_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и $k_i^{[1]}-k_i$ $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$, а синтезированный регулятор, соответственно

(10)
$$g_n^{[2]}u^{(n)}+g_{n-1}^{[2]}u^{(n-1)}+\ldots+g_1^{[2]}\dot{u}+g_0^{[2]}u=r_{n-1}^{[2]}y^{(n-1)}+\ldots+r_1^{[2]}\dot{y}+r_0^{[2]}y+$$
$$+l_{n-1}v^{(n-1)}+\ldots+l_1\dot{v}+l_0v,$$

с ошибками синтеза: $g_i^{[2]}-g_i$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i^{[2]}-r_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$.

Для определения оценок коэффициентов d_i $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и k_i $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$ объекта (4), ко входу последнего прикладывается испытательный сигнал

$$u(t)=e^{\lambda t}\sum_{k=1}^{\varsigma}\rho_k\sin\omega_k t,$$

где ρ_k и ω_k $\left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$ – амплитуды и частоты испытательного воздействия а λ – коэффициент экспоненциального взвешивания – заданные числа, такие, что $\omega_k \neq 0 \left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$, $\omega_i \neq \omega_j$ $(i \neq j)$, $\lambda = 0$ при устойчивом объекте либо $\lambda > C_0 \geq 0$ при неустойчивом, где $C_0 = \max\{\mathrm{Re}[roots\, d(s)]\}$ – степень неустойчивости объекта (4), $\varsigma = 1 + \mathrm{int}\left(\dfrac{n+\nu}{2}\right)$, где int – функция обнуления дробной части аргумента.

Выход $y(t)$ объекта, после умножения на $e^{-\lambda t}$ (экспоненциального взвешивания) подается ко входу фильтра Фурье [8], выходы которого дают оценки

$$(12) \qquad \begin{aligned} \widehat{\alpha}_k &= \alpha_k(\tau) = \frac{2}{\rho_k \tau}\int_{t_0}^{t_0+\tau} y(t)e^{-\lambda t}\sin\omega_k(t-t_0)dt \\ \widehat{\beta}_k &= \beta_k(\tau) = \frac{2}{\rho_k \tau}\int_{t_0}^{t_0+\tau} y(t)e^{-\lambda t}\cos\omega_k(t-t_0)dt \end{aligned} \qquad k=\overline{1,\varsigma},$$

частотных параметров $\alpha_k = \mathrm{Re}\, w(s_k)$ и $\beta_k = \mathrm{Im}\, w(s_k)$ $\left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$ [10] *объекта* (4), где $w(s) = k(s)/d(s)$ его передаточная функция, $s_k = \lambda + j\omega_k$ $\left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$, а τ – время фильтрации – заданное число (его можно определить экспериментально из необходимых условий [9] сходимости процесса идентификации).

Оценки коэффициентов d_i $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и k_i $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$ объекта (4) определяются однозначно из решения системы частотных уравнений идентификации [11]

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\nu}\mathrm{Re}\, s_k^i \widehat{k}_i - \sum_{i=0}^{n-1}\left[\mathrm{Re}\, s_k^i\alpha_k(\tau) - \mathrm{Im}\, s_k^i\beta_k(\tau)\right]\widehat{d}_i &= \mathrm{Re}\, s_k^n\alpha_k(\tau) - \mathrm{Im}\, s_k^n\beta_k(\tau) \\ \sum_{i=0}^{\nu}\mathrm{Im}\, s_k^i \widehat{k}_i - \sum_{i=0}^{n-1}\left[\mathrm{Im}\, s_k^i\alpha_k(\tau) + \mathrm{Re}\, s_k^i\beta_k(\tau)\right]\widehat{d}_i &= \mathrm{Im}\, s_k^n\alpha_k(\tau) + \mathrm{Re}\, s_k^n\beta_k(\tau) \end{aligned} \qquad k=\overline{1,\varsigma}.$$

Далее, по результатам идентификации определяются оценки: $g_i^{[2]} = \widehat{g}_i$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i^{[2]} = \widehat{r}_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ коэффициентов регулятора (5). Для этой цели используется приведенный выше алгоритм, коэффициенты d_i $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и k_i $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$ которого заменяются их оценками: $d_i^{[1]} = \widehat{d}_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и $k_i^{[1]} = \widehat{k}_i$ $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$.

Исключая переменную $u(t)$ запишем уравнение «предполагаемой» системы (9), (10)

$$\tilde{d}(s)y = \tilde{k}(s)v + \tilde{m}(s)f,$$

где $\tilde{d}(s) = d^{[1]}(s)g^{[2]}(s) - k^{[1]}(s)r^{[2]}(s)$, $\tilde{k}(s) = k^{[1]}(s)l(s)$, $\tilde{m}(s) = m(s)g^{[2]}(s)$. Объект здесь представлен полиномами $d^{[1]}(s)$, $k^{[1]}(s)$ и $m(s)$ а регулятор – $g^{[2]}(s)$, $r^{[2]}(s)$ и $l(s)$ соответственно.

Примечание. Система (13) следует из передаточной функции $w(s) = k(s)/d(s)$ объекта (4), если последнюю записать в виде: $\left(k_0 + k_1 s + \ldots + k_\nu s^\nu\right) - w(s)\left(d_0 + d_1 s + \ldots + d_{n-1}s^{n-1} + s^n\right) = 0$. Подставляя в это равенство значения $s = s_k = \lambda + j\omega_k$ $\left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$ и освобождаясь от комплексных чисел, получим распавшуюся по Re и Im систему (13) при $\tau \to \infty$. Система (13) записана (в общем случае, в зависимости от значения τ) по оценкам частотных параметров.

5.3. Процесс адаптации

Система (4), (10) возбуждается испытательным сигналом

(15) $$v(t) = \sum_{k=1}^{\bar{\varsigma}} \bar{\rho}_k \sin \bar{\omega}_k t,$$

где $\bar{\rho}_k$ и $\bar{\omega}_k$ $\left(k = \overline{1, \bar{\varsigma}}\right)$ – амплитуды и частоты испытательного воздействия замкнутой системы – заданные числа, такие, что $\bar{\omega}_k \neq 0$ $\left(k = \overline{1, \bar{\varsigma}}\right)$, $\bar{\omega}_i \neq \bar{\omega}_j$ $(i \neq j)$, $\bar{\varsigma} = 2n + 2 - \mathrm{int}\left(\dfrac{n - \nu}{2}\right)$.

Выход $y(t)$ объекта (4), замкнутого регулятором (10), подается ко входу фильтра Фурье, выходы которого дают оценки

(16) $$\begin{aligned} \hat{\nu}_k &= \nu_k(\tau^{[2]}) = \frac{2}{\bar{\rho}_k \tau^{[2]}} \int_{t_1}^{t_1+\tau^{[2]}} y(t) \sin \bar{\omega}_k (t - t_1) dt \\ \hat{\mu}_k &= \mu_k(\tau^{[2]}) = \frac{2}{\bar{\rho}_k \tau^{[2]}} \int_{t_1}^{t_1+\tau^{[2]}} y(t) \cos \bar{\omega}_k (t - t_1) dt \end{aligned} \qquad k = \overline{1, \bar{\varsigma}},$$

частотных параметров $\nu_k = \mathrm{Re}\, \bar{w}(\bar{s}_k)$ и $\mu_k = \mathrm{Im}\, \bar{w}(\bar{s}_k)$ $\left(k = \overline{1, \bar{\varsigma}}\right)$ *замкнутой системы*

(17) $$\bar{d}(s) y = \bar{k}(s) v + \bar{m}(s) f,$$

с передаточной функцией $\bar{w}(s) = \bar{k}(s) / \bar{d}(s)$, где $\bar{d}(s) = d(s) g^{[2]}(s) - k(s) r^{[2]}(s)$, $\bar{k}(s) = k(s) l(s)$ и $\bar{m}(s) = m(s) g^{[2]}(s)$, $\bar{s}_k = j \bar{\omega}_k$ $\left(k = \overline{1, \bar{\varsigma}}\right)$, $t_1 = t_0 + \tau$, а $\tau^{[2]} = \tau + K$ – время фильтрации, где K – заданное число (его также можно определить экспериментально из необходимых условий [9] сходимости процесса идентификации).

Оценки коэффициентов $\bar{d}_i$ $\left(i = \overline{0, 2n}\right)$ и $\bar{k}_i$ $\left(i = \overline{0, n + \nu + 1}\right)$ системы (17) определяются однозначно из решения системы частотных уравнений идентификации [11]

(18)
$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{n+\nu+1} \mathrm{Re}\, \bar{s}_k^i \hat{\bar{k}}_i - \sum_{i=0}^{2n-1} \left[\mathrm{Re}\, \bar{s}_k^i \nu_k(\tau^{[2]}) - \mathrm{Im}\, \bar{s}_k^i \mu_k(\tau^{[2]})\right] \hat{\bar{d}}_i = \mathrm{Re}\, \bar{s}_k^{2n} \nu_k(\tau^{[2]}) - \mathrm{Im}\, \bar{s}_k^{2n} \mu_k(\tau^{[2]}) \\ &\sum_{i=0}^{n+\nu+1} \mathrm{Im}\, \bar{s}_k^i \hat{\bar{k}}_i - \sum_{i=0}^{2n-1} \left[\mathrm{Im}\, \bar{s}_k^i \nu_k(\tau^{[2]}) + \mathrm{Re}\, \bar{s}_k^i \mu_k(\tau^{[2]})\right] \hat{\bar{d}}_i = \mathrm{Im}\, \bar{s}_k^{2n} \nu_k(\tau^{[2]}) + \mathrm{Re}\, \bar{s}_k^{2n} \mu_k(\tau^{[2]}) \end{aligned} \qquad k = \overline{1, \bar{\varsigma}}.$$

Процесс адаптации считается завершенным, если выполняются следующие условия:

(19) $$\tilde{d}_i \div \hat{\bar{d}}_i \leq \varepsilon_d \quad (i = \overline{0, 2n}), \qquad \tilde{k}_i \div \hat{\bar{k}} \leq \varepsilon_k \quad (i = \overline{0, n + \nu + 1}),$$

где ε_d и ε_k – заданные числа, а «$\div$» – символ отношения: $a \div b = |a-b|/|b|$ если $b \neq 0$ либо $a \div b = |a|$ если $b = 0$. Искомые коэффициенты регулятора (5), в этом случае, имеют вид: $g_i = g_i^{[2]}$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i = r_i^{[2]}$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$.

В противном случае (при недостаточной точности идентификации полученного на первом интервале объекта) возможны две ситуации, когда система (17): а) асимптотически устойчива, либо б) неустойчива. Рассмотрим каждую из этих ситуаций отдельно.

- В случае а) оценки частотных параметров ν_k и μ_k замкнутой системы используются для улучшения оценок частотных параметров α_k и β_k $\left(k=\overline{1,\nu}\right)$ объекта, полученных на первом интервале. Для этой цели [при условии, что $\overline{\omega}_k = \omega_k$ $\left(k=\overline{1,\nu}\right)$] используется связь

  (20) $$\alpha_k + j\beta_k = \frac{\nu_k + j\mu_k}{w_c(j\overline{\omega}_k)[\nu_k + j\mu_k] + w_v(j\overline{\omega}_k)} \quad k=\overline{1,\varsigma},$$

  с очевидностью вытекающая из
  $$\overline{w}(s) = \frac{\overline{k}(s)}{\overline{d}(s)} = \frac{w(s)w_v(s)}{1-w(s)w_c(s)} \quad \Rightarrow \quad w(s) = \frac{\overline{w}(s)}{w_c(s)\overline{w}(s)+w_v(s)},$$
  где $w_c(s) = r^{[2]}(s)/g^{[2]}(s)$ и $w_v(s) = l(s)/g^{[2]}(s)$.

Заменяя в (20) значения ν_k и μ_k их оценками, получим новые оценки $\widehat{\alpha}_k$ и $\widehat{\beta}_k$ $\left(k=\overline{1,\varsigma}\right)$ частотных параметров объекта, используя которые находим оценки: $d_i^{[2]} = \widehat{d}_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и $k_i^{[2]} = \widehat{k}_i$ $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$ коэффициентов объекта (4) из решения системы частотных уравнений идентификации (13), затем оценки: $g_i^{[3]} = \widehat{g}_i$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i^{[3]} = \widehat{r}_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ коэффициентов регулятора (5) по приведенному выше алгоритму, и т.д.

- В случае б) регулятор (10) отключается и, на третьем интервале адаптации формируется вход (11) объекта с большим временем фильтрации по сравнению с первым интервалом:
  $\tau^{[3]} = \tau^{[2]} + K$.

Далее, решая систему частотных уравнений идентификации (13), ищутся коэффициенты $d_i^{[3]}$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и $k_i^{[3]}$ $\left(i=\overline{0,\nu}\right)$, а затем коэффициенты $g_i^{[4]}$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i^{[4]}$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$, и т.д.

По окончании процесса адаптации, в момент времени t_N, регулятор описывается уравнениями (5), в которых : $g_i = g_i^{[N]}$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$ и $r_i = r_i^{[N]}$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$.

регулятора (2).

6. H_∞-субоптимальное адаптивное управление

H_∞-субоптимальное адаптивное управление в настоящей работе представлено директивой 317*: «Частотного адаптивного управления с применением H_∞».* Для описания этой директивы рассмотрим полностью управляемый и полностью наблюдаемый линейный стационарный объект описываемый уравнением

(21) $$\tilde{y}^{(n)} + d_{n-1}\tilde{y}^{(n-1)} + \ldots + d_1\dot{\tilde{y}} + d_0\tilde{y} = k_\nu \tilde{u}^{(\nu)} + k_{\nu-1}\tilde{u}^{(\nu-1)} + \ldots + k_1\dot{\tilde{u}} + k_0\tilde{u},$$
$$y(t) = \tilde{y}(t) + \eta(t), \quad \tilde{u}(t) = u(t) + \psi f(t), \quad t \ge t_0,$$

где $y(t)$ – измеряемый выход, $u(t)$ – управляемый вход, $f(t)$ – неизвестное и неизмеряемое внешнее возмущение – ограниченные в L_2 норме: $\int_0^\infty f^2(t)dt < \infty$ и $\int_0^\infty \eta^2(t)dt < \infty$ – исчезающие функции времени.

Параметры этого обьекта – коэффициенты $d_i (i = \overline{0, n-1})$ и $k_i (i = \overline{0, \nu})$ неизвесны. Пусть регулируемая переменная $z(t) = \phi\tilde{y}(t)$ а ϕ и ψ – заданные числа.

Определение 1 H_∞*-норма устойчивой действительной матрицы* $H(s)$ *– это число*

$$\|H(s)\|_\infty = \sup_{0 \le \omega \le \infty} \sigma_{\max}[H(j\omega)],$$

где $\sigma_{\max}[H(j\omega)]$ *– наибольшее сингулярное значение матрицы* $H(j\omega)$, *вычисляемое как*

$$\sigma_{\max}[H(j\omega)] = \max_i \left\{\lambda_i^{1/2}\left[H^T(-j\omega)H(j\omega)\right]\right\},$$

где $\lambda_i[M]$ – *-i-е собственное значение матрицы M.*

Реализованное в директиве 317 H_∞-субоптимальное адаптивное управление позволяет найти такой регулятор

(22) $$u^{(n)} + g_{n-1}u^{(n-1)} + \cdots + g_1\dot{u} + g_0 u = r_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + r_1\dot{y} + r_0 y, \quad t \ge t_N,$$

чтобы выполнялось следующее условие

$$\left\|W_{\bar{z}\bar{f}}(s)\right\|_\infty \le \gamma,$$

где

$$W_{\bar{z}\bar{f}}(s) = \frac{1}{d(s)g(s) - k(s)r(s)} \cdot \begin{pmatrix} \phi g(s) & \phi k(s) \\ r(s) & d(s) \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi k(s) \\ r(s) \end{bmatrix}$$

– устойчивая передаточная матрица, связывающая вектор $\bar{z} = [z, u]^T$ выходных переменных с вектором $\bar{f} = [f, \eta]^T$ входных воздействий системы (21), (22): $\bar{z} = W_{\bar{z}\bar{f}}(s)\bar{f}$, а γ – заданное положительное число, удовлетворяющее условию

$$\gamma > \gamma_0 = \min_{w_c(s)} \left\|W_{\bar{z}\bar{f}}(s)\right\|_\infty,$$

в котором $w_c(s) = r(s)/g(s)$ – передаточная матрица регулятора (22): $u = w_c(s)y$.

6.1 Управление известным объектом

При известных коэффициентах $d_i \ (i=\overline{0,n-1})$ и $k_i \ (i=\overline{0,\nu})$ объекта (21), коэффициенты g_i и $r_i \ (i=\overline{0,n-1})$ регулятора (22) определяются по следующему алгоритму:

1. Объект (21) приводится к форме Коши:

$$\dot{x}=Ax+b(u+\psi f), \quad z=\phi c^T x, \quad y=c^T x+\eta,$$

где

$$A=\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & \cdots & 0 & 0 & -d_0 \\ \hline 1 & \cdots & 0 & 0 & -d_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 & -d_{n-2} \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -d_{n-1} \end{array}\right), \quad b=\begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_\nu \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad c^T=[0\cdots 0|1].$$

2. Матрицы регулятора

(23) $$\dot{x}_c=A_c x_c+b_c y, \quad u=c_c^T x_c,$$

определяются из выражений [12]

$$A_c=A+\left[\left(\psi\beta/\gamma\right)^2-1\right]bb^T P-\left(E_n-\gamma^{-2}YP\right)^{-1}Ycc^T,$$

(24) $$b_c=\left(E_n-\gamma^{-2}YP\right)^{-1}Yc,$$

$$c_c=-Pb,$$

в которых неотрицательные $n\times n$-матрицы P и Y являются решениями следующих уравнений Риккати

(25) $$A^T P+PA+\left[\left(\psi\beta/\gamma\right)^2-1\right]Pbb^T P=-(\phi\alpha)^2 cc^T,$$

(26) $$AY+YA^T+\left[\left(\phi\alpha/\gamma\right)^2-1\right]Ycc^T Y=-(\psi\beta)^2 bb^T,$$

с масштабирующими множителями α, β *и* числом γ,удовлетворяющим условию

(27) $$\lambda_{\max}(PY)<\gamma^2,$$

где $\lambda_{\max}(M)$ – максимальное собственное значение матрицы M. Решаются уравнения Риккати (25), (26) методом диагонализации [13].

3. Регулятор (23) приводится к форме (22) «вход-выход».Согласно последней, коэффициенты $g_i \ \left(i=\overline{0,n-1}\right)$ находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений

(28) $$\sum_{i=0}^{n-1} g_i c_c^T A_c^i=-c_c^T A_c^n,$$

а коэффициенты $r_i \ \left(i=\overline{0,n-1}\right)$ определяются из соотношения

$$\begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_{n-2} \\ r_{n-1} \end{bmatrix}=\begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_{n-1} & 1 \\ g_2 & g_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_{n-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} c_c^T \\ c_c^T A_c \\ \vdots \\ c_c^T A_c^{n-2} \\ c_c^T A_c^{n-1} \end{pmatrix}\times\begin{bmatrix} b_1^c \\ b_2^c \\ \vdots \\ b_{n-1}^c \\ b_n^c \end{bmatrix},$$

в котором первая матрица формируется из установленных в (28) коэффициентов g_i $\left(i = \overline{1, n-1}\right)$, а вторая (матрица наблюдаемости) совпадает с матрицей той же системы (28).

Примечание 1. Директива 317 принципиально отличается от описанной выше директивы 313 приведенным выше алгоритмом построения регулятора (22) по параметрам объекта (21). Процесс же идентификации и адаптации настоящей директивы идентичен рассмотренному в предыдущем разделе, и поэтому здесь не приводится.

7. Точное адаптивное управление на базе процедуры H_∞-оптимизации

Точное адаптивное управление на базе процедуры H_∞-оптмизации (H_∞-субоптмального управления) в настоящей работе представлено директивой 318: *«Управления по критерию точности с применением H_∞»*. Для описания этой директивы рассмотрим полностью управляемый и полностью наблюдаемый линейный стационарный объект описываемый уравнением (21), внешнее возмущение $f(s)$ и помеха измерения $\eta(t)$ которого – ограниченные полигармонические функции

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sin(\omega_k^f t + \varphi_k^f), \quad \eta(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k \sin(\omega_k^f t + \varphi_k^f),$$

амплитуды, частоты и фазы: f_k, ω_k^f, φ_k^f $(k = 1,2,...)$ и : η_k, ω_k^η, φ_k^η $(k = 1,2,...)$ которых – неизвестные числа. Амплитуды подчинены условиям

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k^2 \le f^{*2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k^2 \le \eta^{*2},$$

в которых f^* и η^* – заданные числа.

Параметры этого обьекта – коэффициенты $d_i(i = \overline{0, n-1})$ и $k_i(i = \overline{0, \nu})$ неизвесны, а ϕ и ψ – заданные числа.

Реализованное в директиве 318 H_∞-субоптимальное адаптивное управление позволяет найти регулятор (22) обеспечивающий заданную точность y^* регулирования (условие (6)) в установившемся режиме.

7.1 Управление известным объектом

Алгоритм управления известным объектом совпадает с алгоритмом, приведенным в подразделе 6.1, если в правые части уравнений Риккати (25), (26) ввести весовые коэффициенты q и r :

(25) $$A^T P + PA + \left[\left(\frac{\psi\beta}{\gamma}\right)^2 - 1\right] Pbb^T P = -(\phi\alpha)^2 qcc^T ,$$

(26) $$AY + YA^T + \left[\left(\frac{\phi\alpha}{\gamma}\right)^2 - 1\right] Ycc^T Y = -(\psi\beta)^2 rbb^T .$$

Очевидно, что при $q = r = 1$ уравнения (30) и (31) совпадают с уравнениями (25) и (26) соответственно. В [14] доказано, что если весовой коэффициент

$$q \geq \frac{f^{*2}}{y^{*2}}$$

то установившееся значение выхода объекта

$$y_{уст} \leq \frac{y^* \gamma^*}{r^2} ,$$

где γ^* – минимальное значение γ, удовлетворяющее условию (27).

Примечание 2 Процесс идентификации и адаптации настоящей директивы идентичен рассмотренному в пунктах 5.2, 5.3 и поэтому здесь не приводится.

8. Пример

8.1. Описание объекта

Пусть имеется полностью управляемый и полностью наблюдаемый асимптотически устойчивый объект управления, описываемый уравнением

(32) $\dddot{y} + d_2\ddot{y} + d_1\dot{y} + d_0 y = k_1(\dot{u} + \dot{f}) + k_0(u + f)$,

где $y(t)$ – измеряемый выход, $u(t)$ – управляемый вход, $f(t) = f_1 sign(\sin \omega_1^f t)$ – внешнее возмущение в виде «меандр», с неизвестной амплитудой $f_1 \leq 10$. Коэффициенты d_0, d_1, d_2 и k_0, k_1 объекта – неизвестны.

Задача 1. *В результате адаптации найти такие коэффициенты регулятора*

(33) $\dddot{u} + g_2\ddot{u} + g_1\dot{u} + g_0 u = r_2\ddot{y} + r_1\dot{y} + r_0 y$,

чтобы установившийся выход объекта удовлетворял требованию

$y_{уст} \leq 3$.

Примечание 3. Численные эксперименты, реализующие процессы идентификации и адаптации, осуществлялись на ПЭВМ с помощью пакета АДАПЛАБ. Значения $d_2 = 6.2$, $d_1 = 26.2$, $d_0 = 5$ и $k_1 = -2$, $k_0 = 5$ коэффициентов объекта в этих экспериментах соответствовали передаточной функции

$$w(s) = \frac{25(-0.4s + 1)}{(5s + 1)(s^2 + 6s + 25)}$$

из известной [15] тестовой задачи для проверки эффективности алгоритмов адаптации. Такой объект при внешнем возмущении с параметрами $f_1 = 10$ и $\omega_1^f = 0.083$ имел устойчивый выход $y_{уст} = 10.5$.

8.2. Процесс идентификации

На первом интервале адаптации к объекту (32) приложим испытательный сигнал

$$u(t) = 1.2\sin 0.2t + 2.4\sin 2t + 3.6\sin 6t$$

и в моменты времени $\tau = \sigma t$ $(\sigma = 1,2,...)$, где $T = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 31.4$ с., измерим выходы фильтра Фурье (12). При этом, для каждого значения σ решим частотные уравнения (13) и проверим необходимые условия сходимости процесса идентификации

(34) $d_i[(\sigma+1)T] \div d_i(\sigma T) \le \breve{\varepsilon}_d = 0.5 \quad k_i[(\sigma+1)T] \div k_i(\sigma T) \le \breve{\varepsilon}_k = 0.5 \quad i = \overline{0,2}$,

Условия (34) выполнились при $\sigma = 10$, а соответствующие оценки коэффициентов объекта имели значения

$$\widehat{d}_2 = -1.27,\ \widehat{d}_1 = 28.6,\ \widehat{d}_0 = 3.15;\quad \widehat{k}_1 = -3.28,\ \widehat{k}_0 = 2.08.$$

По алгоритму, приведенному в подразделе 7.1, синтезируем регулятор (33)

(34) $\dddot{u} + g_2^{[2]}\ddot{u} + g_1^{[2]}\dot{u} + g_0^{[2]}u = r_2^{[2]}\ddot{y} + r_1^{[2]}\dot{y} + r_0^{[2]}y$,

с $q = r = 100$ для второго интервала адаптации. Его коэффициенты имели значения $g_2^{[2]} = 13.6$, $g_1^{[2]} = 120$, $g_0^{[2]} = 214$; $r_2^{[2]} = 65.3$, $r_1^{[2]} = -98.8$, $r_0^{[2]} = -727$.

8.3. Процесс адаптации

На втором интервале адаптации к системе (32), (35) приложим испытательный сигнал

(36) $v(t) = \sin 0.2t + 2\sin 4t + 4\sin 8t + 8\sin 10t + 16\sin 12t$

и в моменты времени $\tau = \sigma\tilde{T}$ $(\sigma = 1,2,...)$, где $\tilde{T} = \dfrac{2\pi}{\tilde{\omega}_1} = 31.4$ с., измерим выходы фильтра Фурье (16). При этом, для каждого значения σ решим частотные уравнения (18) и проверим целевые условия (19).

Условия сходимости процесса адаптации

$$\bar{d}_i[(\sigma+1)\tilde{T}] \div \bar{d}_i(\sigma\tilde{T}) \le \bar{\varepsilon}_d = 0.5 \quad \bar{k}_i[(\sigma+1)\tilde{T}] \div \bar{k}_i(\sigma\tilde{T}) \le \bar{\varepsilon}_k = 0.5 \quad i = \overline{0,4},$$

[а также целевые условия (19) с ошибкой $\varepsilon_d = \varepsilon_k = 2$] выполнялись при $\sigma = 21$, и следовательно, искомый регулятор описывается уравнением

$$\dddot{u} + 13.6\ddot{u} + 120\dot{u} + 214u = 65.3\ddot{y} - 98.8\dot{y} - 727y.$$

8.Список литературы

1. Overschee P.Van, Moor B.De, Aling H., Kosut R., Boyd S. A Fully Interactive Identification Module for Xmath // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 4, P. 1.
2. Kollar I., Pintelon R., Schoukens J. Frequency domain system identification toolbox for MATLAB: a complex application example // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 4, P. 23-28.

3. Szafnicki K., Gentil S. Toward a Knowledge-Based Training Tool for Identification with Benchmark // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 2, P. 447-452.

4. Alexandrov A. G. Finite-Frequency Method of Identification // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 2, P.523-527.

5. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1989. 264с.

6. Александров А.Г., Ю.Ф. Пакет программ АДАПЛАБ: Новые возможности для идентификации // Идентификация систем и задачи управления. SICPRO'2000, М.: Институт проблем управления РАН, 2000, CD-ROM № ISBN 5-201-09605-0, С. 123-131.

7. Александров А.Г. Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986. 272 с.

8. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 688 с.

9. Александров А.Г. Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // АиТ.2000. Т. 61. №4. С. 106-116.

10. Александров А.Г. Метод частотных параметров // АиТ.1989. Т. 50. №12. С. 3-15.

11. Орлов Ю.Ф. Способ конечно-частотной идентификации многомерного объекта // Идентификация систем и задачи управления. SICPRO'2000, М.: Институт проблем управления РАН, 2000, CD-ROM № ISBN 5-201-09605-0, С. 237-244.

12. Александров А.Г., Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности. II. Применение процедур H_∞-оптимизации // АиТ.1998. Т. 59. №8. С. 124-138.

13. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.

14. Alexandrov A.G. Accurate Adaptive Control // Automation Control and Information Tecnology. Proceedings of the IASTED International Conference, -Novosibirsk: ACTA Press, June 10-13 2002, ISNB: 0-88986-342-3, P. 212-217.

15. Graebe S.F. Robust and Adaptive Control of an unknown plant // Preprints of papers, -Sydney: A benchmark of new format 12th world congress of IFAC. 1993. Vol. III, P. 165-170.