А.Г.Александров

Целевые процессы. II. Управление

1. Введение

Процесс управления протекает в условиях существенных неопределенностей объекта управления, среди которых можно выделить для простейшего односвязного, одноуровневого процесса следующие.

А. Неопределенность оператора $P^{(0)}$ объекта управления.

Б.Неопределенность параметров v^{mp} этого оператора.

В.Неопределенность внешнего возмущения .

Для технических объектов характерны неопределенности Б и В, а оператор P(0) описы-вается дифференциальными уравнениями, которые строятся на основе законов природы, к которой относится объект. В менеджменте объектом управления является человек или группа людей. Оператор P(0) в этом случае не известен и вряд ли может быть описан. Он характеризуется независимыми параметрами (квалификацией человека, чертами его характера и т.п.) и зависимыми параметрами (интенсивность и длительность работы). Неопределенности приводят к двухкомпонентному управлению. Первая компонента - программное (плановое) управление строится, используя апри-орные сведения о параметрах , внешних возмущения.

Реальный выход объекта отличается от запланированного и поэтому в процессе управления формируется вторая компонента - управление по отклонению реализовавше-гося выхода от планового (оперативное управление).

Особенности построения этих компонент управления состоят в следующем.

а) Программное управление строится , в частности, для технических процессов на основе нелинейных дифференциальных уравнений, используя методы оптимизации и вариацион-ного исчисления (например, принцип максимума Понтрягина).

б) Нелинейность этих уравнений приводит к тому, что построение программного управления является для каждого вида объектов трудной, уникальной задачей, требующей глубоких знаний природы объекта, позволяющих сочетать эвристические и математические приемы для ее решения. В менеджменте ситуация усложняется трудностями получения указанных уравнений и поэтому роль знаний технологии процесса

(в частности, технологии управления людьми, основанной на социологии, психологии и экономике) и эвристиче-ских приемов усиливается.

в) Программное управление является функцией времени и это несколько упрощает его по-строение по сравнению с управлением по отклонению, которое является функцией реали-зовавшегося выхода процесса и это приводит к проблема устойчивости процесса.

г) Управление по отклонению строится на основе линейной модели возмущенного процесса, которая описывает малые отклонения реального процесса от планового, и поэтому глубокие знания технологии процесса и эвристические приемы не являются доминирующими для его построения.

д) Для построения управления по отклонению, которое подавляет неизвестные при по-строении программного управления внешние возмущения, необходимо определить (идентифицировать) неизвестные коэффициенты линейной модели. При этом идентификация и построение, реализация управления осуществляются в реальном времени (в те-чении управляемого процесса).

Предметом теории автоматического управления является, в основном , построение управление по отклонению на основе линейной модели возмущенного процесса. Ниже эта теория развивается для целевых процессов.

Эта часть работы построена следующим образом. В разделе 2 даются конструктивные определения видов управления. В разделе 3 вводится понятие возмущенного процесса и приводится несколько его линейных моделей: безинерционной , с запаздыванием , инерционной. Раздел 4 посвящен управлению возмущенным процессом: П- и ПИ- управления и компенсационное управление. Интерпретация ТАУ в рамках целевых процессов дается в разделе 5. В разделе 6 приводятся параметры оператора P(0) , описывающего человека. В последнем (седьмом) разделе предлагается алгоритм компенсационного управления известного процесса управления бригадой.

2. Управление

2.1. Виды управлений

Приведем известные пять видов управлений. Рассмотрим процесс (1.4.14)–(1.4.19), полагая, для простоты, что его параметры не зависят от входа. Опищем его как частный случай p-процесса (1.4.20)

$\beta = P(\mathrm{v})[\alpha, \gamma]$.

Управление u формируется c-процессом и поэтому будем представлять его выход как

$$\beta^c = [u\,;\, \beta^c_-]\,, \tag{2.1}$$

где β^c_- – вектор остальных выходов β^c.

Управление состоит из пяти компонент

$$u = \left[u_{[1]}, \ldots, u_{[5]}\right]. \tag{2.2}$$

<u>Определение 2.1.</u> Координатное управление $u_{[1]}$ – это изменение рабочих входов b.

<u>Определение 2.2.</u> Параметрическое управление $u_{[2]}$ – это изменение параметров r^c и $r^{(0)}_{[i]}$ операторов C и $P^{(0)}_i$ $(i = 1, \ldots, q)$ процесса.

<u>Определение 2.3.</u> Управление структурой $u_{[3]}$ – это изменение вектора ρ связей между процессами $p^{(0)}_1, \ldots, p^{(0)}_q$ процесса.

<u>Определение 2.4.</u> Управление $u_{[4]}$ – это изменение числа q процессов $p^{(0)}_1, \ldots, p^{(0)}_q$ либо замена этих процессов, а также процесса с другими.

<u>Определение 2.5.</u> Информационное управление процессом $u_{[5]}$ – это изменение компонент вектора связей ρ, относящимся к данным каждого из процессов c и $p^{(0)}_i$ $(i = 1, \ldots, q)$.

<u>Определение 2.6.</u> Программное (плановое) управление – $u^\vee$ имеет показатель $\theta^\vee$, удовлетворяющий целевым неравенствам

$$\underline{\gamma} \leqslant \theta^\vee \leqslant \gamma^-. \tag{2.3}$$

Программное управление $u^\vee$ для процесса (1.4.14)–(1.4.19), строится при следующих предположениях.

<u>Предположение 2.1.</u> Известен прогноз $f^\vee$ внешнего возмущения и рабочего входа – $b^\vee$.

<u>Предположение 2.2.</u> Известны операторы $P^{(0)}_i$, $F^p_{\alpha i}$, $(i = 1, ..., q)$ процессов (1.4.14)–(1.4.19) и параметры этих операторов $\mathrm{v}^p_{[i]}$, $\mathrm{v}^{mp}_{[i]}$, v^c.

Процесс нахождения управления $u^\vee$ можно разделить на несколько этапов. На первом этапе ищется координатное управление $u^\vee_{[1]}$ в предположении, что компоненты управления $u^\vee_{[i]}$ $(i = 2, 5)$ заданы $(u^\vee_{[i]} = u^{\vee *}_{[i]}$, где $u^{\vee *}_{[i]}$ – заданные вектора).

Если найдется вектор $u^\vee_{[1]}$ такой, что выполняются целевые условия (2.3), то построение заканчивается.

В противном случае ищутся управление структурой $u^{\vee}_{[3]}$ и управление составом $u^{\vee}_{[4]}$ и уточняется управление $u^{\vee}_{[1]}$. При этом структурные и информационные управления заданы ($u^{\vee}_{[i]} = u^{\vee *}_{[i]}$, где $u^{\vee *}_{[i]}$ – заданные вектора $(i = 2, 5)$).

2.2. Свойства невозмущенного процесса

Рассмотрим процесс (1.4.20), где $\alpha = [u\,;\, f\,;\, b]$.

$$\beta = P(\mathrm{v}\,;\, r)[u\,;\, f\,;\, b], \quad r = M(\mathrm{v}^m)[u\,;\, f\,;\, b] \tag{2.4}$$

Пусть известно программное управление. Тогда планируемый выход процесса

$$\beta^{\vee} = P(\mathrm{v}^{\vee}\,;\, r^{\vee})[u^{\vee}\,;\, f^{\vee}\,;\, b^{\vee}], \quad r^{\vee} = M(\mathrm{v}^{\vee m})[u^{\vee}\,;\, f^{\vee}\,;\, b^{\vee}]. \tag{2.5}$$

Рассмотрим уравнения (2.4), (2.5), опуская, для простоты, зависимость оператора процесса от его параметров, зависящих от входа. Тогда

$$\beta = P(\mathrm{v})[\alpha], \tag{2.6}$$

$$\check{\beta} = P(\check{\mathrm{v}})[\check{\alpha}]. \tag{2.7}$$

Пусть реальный вход процесса отличается от планируемого

$$|\check{\alpha}_i(t) - \alpha_i(t)| \leqslant \alpha_i^*, \quad i = 1, \ldots, n_\alpha, \quad t \in [t_b, t_c], \tag{2.8}$$

где α_i^* $(i = 1, \ldots, n_\alpha)$ – числа.

<u>Определение 2.7.</u> Процесс (2.7) называется устойчивым, если для любых заданных векторов $\underline{\gamma}$ и $\bar{\gamma}$ существуют числа α_i^* $(i = 1, \ldots, n_\alpha)$ такие, что для любых входов, удовлетворяющих неравенствам (2.8), выполняются условия

$$\underline{\gamma}_i \leqslant \theta_i(t) \leqslant \bar{\gamma}_i, \quad i = 1, \ldots, n_\Theta, \quad t \in [t_b, t_c]. \tag{2.9}$$

Если для любых чисел α_i^* $(i = 1, \ldots, n_\alpha)$, как бы малы они не были, можно найти функции $\alpha_i(t)$ такие, что существует момент времени $t \in [t_b, t_c]$ такой, что хотя бы одно из неравенств (2.9) нарушается, то процесс (2.7) называется неустойчивым по отношению к цели .

Пусть реальные значения параметров оператора процесса отличаются от планируемых

$$|\check{\mathrm{v}}_i - \mathrm{v}_i| \leqslant \mathrm{v}_i^*, \quad (i = 1, \ldots, n_{\mathrm{v}}), \tag{2.10}$$

где $\mathrm{v}_i^*(i=1,\ldots,n_{\mathrm{v}})$ – числа.

Определение 2.8. Процесс (2.7) называется грубым, если существуют числа v_i^* $(i=1,\ldots,n_{\mathrm{v}})$ такие, что при любых значениях параметров, удовлетворяющих неравенствам (2.10) этот процесс – устойчив.

Рассмотрим два случая.

1. Вход процесса (2.4) – вектор функции $\alpha^{(1)}(t)$ $t_b \leqslant t \leqslant t_e$. Его выход $\beta^{(1)}(t)$ $t_b \leqslant t \leqslant t_e - t^*$.

2. Вход процесса (2.4) – вектор функции $\alpha^{(2)}(t)=0$ при $t_b \leqslant t < t^*$ и $\alpha^{(3)}(t)=\alpha^{(1)}(t)$ при $t_b+t^* \leqslant t < t_e$. Его выход $\beta^{(2)}(t)=0$ при $t_b \leqslant t < t^*$, $\beta^{(2)}(t)$ при $t_b+t^* \leqslant t < t_e$ – некоторая функция.

Определение 2.9. Процесс (2.4) называется стационарным, если

$$\beta^{(2)}(t_b+t^* \leqslant t < t_e) = \beta^{(1)}(t_b \leqslant t < t_e - t^*). \tag{2.11}$$

Аналогично определяется стационарность процесса (2.5).(В определении стационарности предполагается $\beta_0=0$.)

3. Возмущенный процесс

3.1. Свойства возмущенного процесса

Реальный выход процесса (2.4) отклоняется от планируемого.

Причинами этого отклонения могут быть следующие:

a) прогноз внещнего возмущения, от которого зависит плановое управление, отличается от внешнего возмущения на величину $f^s(t)=f^{\vee}(t)-f(t)$, $t_b \leqslant t \leqslant t_e$;

b) рабочие входы $b^{\vee}$, которые использовались при построении программного управления, отличаются от их действительных значений $b^s(t)=b^{\vee}(t)-b(t)$, $t_b \leqslant t \leqslant t_e$;

c) прогноз параметров операторов процесса отличается от их действительных значений $\mathrm{v}^s=\mathrm{v}^{\vee}-\mathrm{v}$, $\mathrm{v}^{ms}=\mathrm{v}^{\vee m}-\mathrm{v}^m$, $r^s=r^{\vee}=r$.

Отклонение параметров операторов от прогнозируемых является внутренним возмущением.

Вычтем уравнение (2.4) из уравнения (2.5) и получим уравнение возмущенного процесса

$$y=P_s(\mathrm{v}^s\,;\,r^s)[u^s\,;\,f^s\,;\,b^s], \quad r^s=M_s(\mathrm{v}^{sm})[u^s\,;\,f^s\,;\,b^s]. \tag{3.1}$$

где $y = \beta^{\vee} - \beta$ – отклонение (ошибка) действительного выхода процесса (2.4) от планового; P_s и M_s – операторы, зависящие от операторов P и M, а также от векторов $\beta^{\vee}$, $u^{\vee}$, $f^{\vee}$, $\mathrm{v}^{\vee m}$, и $b^{\vee}$; $u^{\vee}$ – управление, дополнительное к программному.

Определение 3.1. Возмущенным называется процесс отклонения реального и программного (планового) процессов.

Возмущенный процесс описывается уравнениями (3.1), в котором $f^s(t)$, $b^s(t)$, v^s, r^s, v^{sm} называются возмущениями.

Для построения стабилизирующего управления большое значение имеет свойство суперпозиции. Для его процедурного описания рассмотрим уравнения возмущенного процесса, опуская, для простоты, зависимость его оператора от параметров

$$y = P_s[\alpha^s], \tag{3.2}$$

где $\alpha^s = [u^s\,;\, f^s\,;\, b^s]$.

Пусть y_n, α^s – скялярные функции. $|\alpha^s(t)| \leqslant \alpha^*_s$, где α^* – число.

Осуществим следующие эксперименты.

1. Входы процесса $\alpha^{s[1]} = \alpha^{s[1]}(t)$, где $\alpha^{s[1]}(t)$ – произвольная ограниченная функция.

2. Входы процесса $\alpha^{s[2]} = \alpha^{s[2]}(t)$, где $\alpha^{s[2]}(t)$ – произвольная ограниченная функция. Его выход $y^{[2]}(t)$, $\left(\alpha^{s[2]}(t) \neq \alpha^{s[1]}(t)\right)$.

3. Входы процесса $\alpha^{s[3]} = \alpha^{s[1]}(t) + P\alpha^{s[2]}(t)$, где P – любое число, такое, что $\alpha^{s[3]}(t) \leqslant \alpha^*$. Если выход процесса

$$y^{[3]}(t) = y^{[1]}(t) + Py^{[2]}(t), \quad t \in [t_b, t_c]\,,$$

то процесс обладает свойством суперпозиции.

Изложенное можно повторить для любой размерности векторов входа и выхода.

Пусть вектор входа составляет произвольные ограниченные функции

$$|\alpha^s_i(t)|\,, \quad i = 1, \ldots, n_{\alpha s}, \quad t_b \leqslant t \leqslant t_c. \tag{3.3}$$

Определение 3.2. Возмущенный процесс называется (3.2) линейным,если существуют границы α^s_i $(i = 1, \ldots, n_{\alpha s})$ такие, что для любых функций, удовлетворяющих неравенству (3.3) процесс обладает свойством суперпозиции.

Далее будем полагать, что возмущенный процесс является стационарным и линейным.

3.2. Оперативное управление

Определение 3.3. Оперативное управление (стабилизирующее управление) – u^s – это управление, зависящее от разности программного и действительного выходов процесса, обеспечивающее выполнение целевого неравенства (2.3).

Таким образом, текущее управление

$$u = [u^{\vee}\,;\, u^s]\,. \tag{3.4}$$

Оперативное управление, как и плановое, содержит пять видов управлений

$$u^s = \left[u^s_{[1]}, \ldots, u^s_{[5]}\right]. \tag{3.5}$$

Во многих случаях построение оперативного управления является более сложной задачей по сравнению с построением программного.

Рассмотрим несколько примеров, основываясь на примерах 1.2.1 – 1.2.3.

Пример 3.1. Для достижения цели предприятия по производству легковых автомобилей анализируется рынок сбыта, возможности поставщиков комплектующих деталей и сырья, финансовые средства и т.п. и формируется план-график выпуска автомобилей в сутки. На основе этого плана расчитываются планы всех цехов $-\beta$, планы закупок сырья, комплектующих и т.п. – α.

Процесс производства протекает в условиях возмущения: некачественное сырье и комплектующие (α^s), поломки производственного оборудования $(\mathrm{v}^s_[1])$, болезни работников $(\mathrm{v}^s_[2])$. Для ослабления влияния этих возмущений служит оперативное управление, основанное на разности планового и фактического выходов каждого цеха или участка.

Пример 3.2. Процесс лечения начинается врачом с рассмотрения количественных параметров состояния больного (параметры кардиограммы, параметры крови и т.п.). На основе этих параметров он формирует план-график медицинских процедур и приема лекарств. Этот план является программым управлением. Он составляется на основе ранее утвержденных методик лечения соответсвующий болезни.

В процессе лечения возникают отклонения от запланированнного результата лечения: побочные явления, вызванные приемом отдельных лекарств и процедур, либо непереносимость их. Для уменьшения этих отклонений служит оперативное управление; дополнительные лекарства и процедуры для ослабления побочных воздействий основных лекарст либо замена основных лекарств и процедур – другими.

Пример 3.3. До начала процесса обучения учитель формирует на основе утвержденных министерством образования планов свой план-график освоения тем и разделов предмета. Этот план-график является программным управлением.

В процессе обучения возникает отклонение от плана, вызванного возмущениями: слабой подготовкой учеников по разделам предшествующего родственного предмета, нерадивостью учеников и т.п.

Для уменьшения влияния этого отклонения служит оперативное управление: дополнительные объяснения и упражнения по разделам преддществующего предмета, проведение дополнительных контрольных работ, оценки которых показывали бы школьнику, что необходимо увеличить время на этот предмет и т.д.

Пример 3.4. Рассмотрим процесс езды на автомобиле. Пусть требуется, выехав из точки A попасть в точку B за заданное время. Перед началом поездки водитель выбирает маршрут (исходя из количества дорожного покрытия, холмистости местности, через которую проходит дорога, ее загруженность и т.п.) и формирует план-график движения.

Оперативное управление формируется водителем в процессе движения так, чтобы расстояние от правой либо левой разделительных полос было не меньше 10 см.

Управление реализуется положением педали газа и углом поворота рулевого колеса. Оно является суммой программного и оперативного управлений. На отдельных участках пути можно выделить каждое из них. Например, если на прямолирейном участке планируется скорость 90 км/час, то это соответствует определенному положению педали газа. Помехи, создаваемые впереди идущими машинами, требуют отклонения педали газа от этого положения так, чтобы уменьшить либо увеличить скорость движения внутри этого прямолинейного участка, обеспечивая при этом среднюю скорость 90 км/час.

4. Идентификация

4.1. Виды процессов и особенности их идентификации

Сложные целевые процессы состоят из трех видов процессов в системе: орган управления – объект управления.

1. Процессы "человек – человек". К этому виду относятся процессы: человек – группа (людей), группа – группа, группа – человек.

2. Процессы "человек – машина". (Машина – это техническое средство, необходимое для достижения цели управления.) К этому виду относятся процессы: человек – группа машин, группа людей – группа машин.

3. Процессы "машина – машина". Сюда относятся процессы: машина – группа маишн, группа машин – группа машин.

Исторически первыми были процессы первого вида. Уже в доисторические времена возникли системы: старший (по возрасту) – младший, сильный (физически) – слабый. В первобытной общине появились системы: человек (вождь племени) – группа (племя). Затем появилось государство (человек – группа). Одной из первых работ, посвященных анализу практики государства (тимократия, олигархия, демократия, тирания) и разработке способов его построения был диалог Платона, написанный в IV до новой эры. С появлением простейших орудий труда (лук и стрела для охотника, мотыга для земледельца) возникли процессы человек – машина.

Процессы третьего вида связаны с промышленной революцией 18 века, когда появились регулятор уровня воды в паровом котле И.И.Ползунова и регулятор скорости вращения вала паровой машины Дж.Уатта.

Рассмотрим односвязанный одноуровневый процесс "машина- машина опуская для простоты описание целей управления и зависящие от входа параметры $P^{(0)}$-процесса

$$\beta = F\left[\beta^{s}\,;\,\beta^{p}\right], \tag{4.1}$$

$$\beta^{c} = C\left(\mathrm{v}^{c}\,;\,r^{c}\right)\left[\alpha^{c}\right], \quad \alpha^{c} = F_{\alpha}^{c}\left[\alpha^{c}\,;\,\beta^{p}\right], \tag{4.2}$$

$$r^{c} = M^{c}\left(\mathrm{v}^{mc}\right)\left[\alpha^{mc}\right], \quad \alpha^{mc} = F_{\alpha}^{mc}\left[\alpha\,;\,\beta^{c}\,;\,\beta^{p}\right], \tag{4.3}$$

$$\beta^{p} = P^{(0)}\left(\mathrm{v}^{p}\right)\left[\alpha^{p}\right], \quad \alpha^{p} = F_{\alpha}^{p}\left[\alpha\,;\,\beta^{c}\,;\,\beta^{p}\right]. \tag{4.4}$$

Пусть уравнения (4.1) – (4.4) описывают процесс третьего вида. В этом случае оператор $P^{(0)}$ – это дифференциальные уравнения, получаемые на основе законов природы, к которой относится объект управления: уравнения Лангранджа, если это механический объект, уравнения Кирхгофа – для электрического объекта и т.д. Параметры v^{p} дифференциальных уравнений вычисляются на основе конструкции объекта, либо его электрической схемы и т.д.

Оператор C также описывается дифференциальными уравнениями, используя законы природы, к которой относится орган управления. Параметры v^c этих дифференциальных уравнений зависят от параметров оператора v^p

$$\mathrm{v}^c = S[\mathrm{v}^p], \tag{4.5}$$

где S – известный оператор, называемый оператором синтеза. Он описыват процедуру построения вектора v^c по вектору v^p.

В ряде случаев параметры v^p объекта управления изменяются неизвестным образом,но достаточно медленно и поэтому их нужно идентифицировать. Идентификатор (4.3) находит оценки $\hat{\mathrm{v}}^p$ параметров объекта: $r^c = \hat{\mathrm{v}}^p$. Его известный оператор M^c описывает процедуру идентификации. Результат идентификации поступает в синтезатор (4.5): $\mathrm{v}^c = S[(\hat{\mathrm{v}}^p)]$.

Для идентификации часто используется дополнительное воздействие на объект – u_t – называемое тестовым (испытательным) воздействием.

В этом случае выход c-процесса имеет вид

$$\beta^c = [u\,;\, u_t\,;\, \beta^c_-]\,. \tag{4.6}$$

Рассмотрим теперь случай, когда уравнения (4.6), (4.1) – (4.4) описывают процесс первого вида и операторы C и $P^{(0)}$ относятся к двум человекам: руководителю и подчиненному соответственно. Особенность этого процесса состоит в том, что операторы C и $P^{(0)}$ – неизвестны. Однако, параметры оператора $P^{(0)}$ могут быть идентифицированы и часто этого достаточно для формирования оператора C управления, при котором достигается цель управления. Идентификация оператора $P^{(0)}$ рассматривается ниже.

Особенность процессов второго вида, когда $P^{(0)}$-оператор – машина, а C-оператор – человек, управляющий машиной, остоит в следующем. Человек ри управлении машиной не использует знания об операторе $P^{(0)}$, и ему для управления достаточно знания параметров этого оператора. Так, шофер не знает дифференциальных уравнений, которыми описывается автомобиль, а для управления ему необходимо знать его параметры: вес груза, состояние покрытия дороги, качество шин и т.д.

4.2. Параметры оператора $P^{(0)}$, описывающего человека

Пусть $P^{(0)}$-процесс описывает человека, выполняющего конкретную умственную либо физическую работу.

Независимыми (от входов процесса) параметрами (параметрами квалификации) являются:

$\mathrm{v}_{[1]}$ – знания;

$\mathrm{v}_{[2]}$ – навыки (опыт работы);

$\mathrm{v})_{[3]}$ – умственные способности;

$\mathrm{v}_{[4]}$ – здоровье;

$\mathrm{v}_{[5]}$ – физическая сила.

Зависимыми (от входа процесса) параметрами являются:

η_1 – интенсивность работы;

η_2 – ежедневная длительность работы.

Эти два параметра зависят от мотивации к увеличению интенсивности и длительности труда и черт характера, которые являются независимыми параметрами оператора M.

Мотивация имеет следующие параметры:

v_1^m – потребность в самовыражении;

v_2^m – потребность к самоутверждению (потребность в уважении);

v_3^m – социальные потребности (принадлежность к коллективу, поддержка в коллективе);

v_4^m – физиологические потербности;

v_5^m – потребность в безопасности и защищенности.

Характер определяется параметрами:

v_6^m – темперамент (холерик, сангвиник, меланхолик, флегматик);

v_7^m – добросовестность и ответственность;

v_8^m – самокритичность;

v_9^m – самооценка;

v_{10}^m – щедрость.

5. Идентификация возмущенного процесса

5.1. Безинерционный процесс

Этот процесс описывается уравнением

$$y(t) = k^u u^s(t) + k^f f^s(t) + k^b b^s(t), \quad t \in [t^*,\ t^* + t^s]\,, \tag{5.1}$$

в котором числа k^u, k^f, и k^b называются коэффициентами усиления управления, внешнего возмущения и рабочего входа соответственно. Эти коэффициенты неизвестны.

Для определения (идентификации) этих элементов проведем следующий эксперимент. Пусть начиная с фиксированного момента времени $t > T_b$ функции $f^s(t) = b^s(t) = 0,$ а управление является ступенчатой функцией вида

$$u^s = 0 \qquad t < t^*, \quad u^s = u^{*s} = \mathrm{const} \qquad t \geqslant t^*, \tag{5.2}$$

где u^{*s} – заданное число.

Тогда выход процесса (3.1) имеет вид

$$y = 0 \qquad t < t^*, \quad y = y^* = \mathrm{const} \qquad t \geqslant t^*. \tag{5.3}$$

Число

$$k^{\vee u} = \frac{y^*}{u^{*s}} \tag{5.4}$$

является оценкой усиления коэффициента управления.

Повторяя рписанное испытание для остальных аргументов и параметров, найдем оценки коэффициентов усиления возмущения – $k^{\vee f}$, рабочего входа – $k^{\vee \alpha}$, независимого параметра $k^{\vee \mathrm{v}}$, зависимого параметра – $k^{\vee r}$.

Точные знчения этих коэффициентов находятся как

$$k^u = \frac{\partial y}{\partial u^s}, \quad k^f = \frac{\partial y}{\partial f^s}, \quad k^\alpha = \frac{\partial y}{\partial b^s}, \quad k^{\mathrm{v}} = \frac{\partial y}{\partial \mathrm{v}^s}, \quad k^r = \frac{\partial y}{\partial r^s}.$$

Переходя к векторному случаю, введем размерности векторов, входящих в уравнение (3.1), используя обозначения $d_u = \dim u^s$ (d^u – размерность вектора u^s),

$$d_f = \dim f^s, \quad d_b = \dim b^s, \quad d_y = \dim y.$$

Обозначим K^u, K^f, K^b – матрицы с элементами.

$$\frac{\partial y_i}{\partial u_j^s},\ \frac{\partial y_i}{\partial f_l^s},\ \frac{\partial y_i}{\partial b^s},\quad i=1,\ldots,d_y,\ j=1,\ldots,d_u,\ l=1,\ldots,d_f,\ \mathrm{v}=1,\ldots,d_b, \tag{5.5}$$

соответственно.

Определение 5.1. Матрицами чувствительности возмущенного процесса к управлению, внешнему возмущению и рабочему входу называются матрицы K^u, K^f, K^b с элементами (5.5).

Оценки этих матриц, как и в скалярном случае, находятся экспериментально.

5.2. Запаздывание

Безинерционный процесс с запаздыванием описывается как

$$y(t)=k^u u^s(t-\tau^u)+k^f f^s(t-\tau^f)+k^b b^s(t-\tau^b), \tag{5.6}$$

где τ^u, τ^f и τ^b – время запаздывания управления, внешнего возмущения и рабочего входа соответственно.

Для идентификации запаздывания управления приложим к процессу (3.1) ступенчатое управление (5.2) и получим на выходе процесса

$$y=0 \qquad t<t^*+\tau^u,\quad y=y^*=\mathrm{const} \qquad t\geqslant t^*+\tau^u. \tag{5.7}$$

Величина τ^u является запаздыванием управления.

Используя ступенчатое внешнее возмущение и рабочий ход, найдем запаздывание τ^f и τ^α по внешнему возмущению и рабочему ходу соответственно.

Для векторного случая введем матрицы τ^u, τ^f, τ^α. Элементы τ_{ij}^u $(i=1,\ldots,d_y,$ $j=1,\ldots,d_u)$ этой матрицы находится как момент времени $\tau^*+\tau_{ij}^u$, в которой i-тый выход процесса, вызванный компонентой u_j^s, будет отличен от нуля. Числа τ_{il}^f и $\tau_{i\mathrm{v}}^\alpha$ $(i=1,\ldots,d_y,$ $j=1,\ldots,d_u,$ $(l=1,\ldots,d_f,$ $\mathrm{v}=1,\ldots,d_\alpha,$ составляющие матрицы τ^f и τ^α находятся соответственно.

Определение 5.2. Матрицами запаздывания по управлению, внешнему возмущению и рабочему ходу называются матрицы τ^u, τ^f, τ^b.

5.3. Инерционный процесс

Пусть в описанном выше эксперименте в безинерционном процессе (без запаздывания) при ступенчатом управлении (5.1) выход процесса не будет являться ступенчатой функцией (5.2) и только через некоторое время (характеризующее инерционность процесса) y приблизится к величине y^*. Такой процесс называется инерционным и он описывается дифференциальным уравнением

$$t^u qy + y = k^u u^s + k^f f^s + k^b, \tag{5.8}$$

где q – символ дифференцирования по времени $\left(q = \dfrac{d}{dt}\right)$, t^u – постоянная времени по управлению, характеризующее инерционность выхода по управлению. Аналогичные уравнения, в которых t^u заменено на t^f и t^b, которые называются постоянными времени по внешнему возмущению и рабочему входу соответственно, описывают инерционные процессы по возмущению и рабочему входу.

Способ идентификации постоянной времени коэффициента усиления управления состоит (при $f^s(t) = b^s(t) = 0$) в следующем.

Будем называть выход процесса y^* установившейся ошибкой и обозначать как $y^{\texttt{уст}}$ ($y^* = y^{\texttt{уст}}$).

Ее можно оценить экспериментально как величину выхода в момент времени $t^* + t^\alpha$, где время t^α находится из условия

$$\left|\frac{\partial y(t)}{\partial t}\right| \leqslant \varepsilon, \quad t = t^* + t^\alpha, \quad t^\alpha < t^s, \tag{5.9}$$

где ε – достаточно малое положительное число. Таким образом

$$y^{\vee\texttt{уст}} = y(t^* + t^\alpha). \tag{5.10}$$

Постоянная времени t^u находится из равенства

$$\left|y(t^* + t^u) - y^{\texttt{уст}}\right| = 0,05\left|y^{\texttt{уст}}\right|. \tag{5.11}$$

Предполагается, что $t^u < t^\alpha$, и кроме того, выполнена гипотеза квазистационарности, которая предполагает, что входы и выходы программного процесса мало изменяются за время t^u. Другими словами, плановый процесс (2.5) "медленный а возмущенный процесс (3.1) – "быстрый".

Постоянные времени по возмущению и рабочему входу t^f и t^α, а также коэффициенты чувствительности k^f и k^α определяются аналогично.

Таким образом, эксперимент по определению постоянной времени состоит из двух экспериментов.

А. Подать на вход ступенчатое управление (5.1) и найти момент времени t^α, для которого выполняется неравенство (5.8), и получим, используя (5.9) оценку установившегося выхода.

Б. Подать на вход ступенчатое управление (5.1) и проверять значение выхода процесса до тех пор, пока не выполнится равенство (5.10).

Для инерционного процесса коэффициент усиления управления определяется равенством $k^u = \dfrac{y^{\text{уст}}}{u^s}$.

Рассмотрим теперь векторный случай.

Построим матрицы $\mathrm{Y}^{\text{уст},u}$, $\mathrm{Y}^{\text{уст},f}$, $\mathrm{Y}^{\text{уст},b}$, элементы которых находятся в результате серии экспериментов А. Так, например, элемееиы матрицы $\mathrm{Y}^{\text{уст},f}$ находятся при последовательном приложении ступенчатых компонент вектора f, определения моментов времени t_{il}^α $(i = 1, \ldots, d_y,\ \ l = 1, \ldots, d_f)$, в которые выполняются условия $\left|\dfrac{dy_i}{dt}\right| < \varepsilon$ и определения элементов $y_{il}^{\text{уст},f} = y_i\left(t + t_{il}^\alpha\right)$ искомой матрицы. Матрицы $\mathrm{Y}^{\text{уст},u}$ и $\mathrm{Y}^{\text{уст},b}$ находятся аналогично.

Используя эти матрицы строятся матрицы K^u, K^f, и K^α. Так, например, элементы матрицы K^f находятся как

$$k_{il}^f = \frac{y_{il}^{\text{уст},f}}{f_i^s} \quad (i = 1, \ldots, d_y,\ \ l = 1, \ldots, d_f).$$

Определение 5.3. Матрицами установившихся ошибок называют матрицы $\mathrm{Y}^{\text{уст},u}$, $\mathrm{Y}^{\text{уст},f}$ и $\mathrm{Y}^{\text{уст},b}$, элементы которых находятся в результате серии экспериментов А.

Построим матрицы T^u, T^f и T^b с элементами, которые находятся из серии экспериментов Б. Так, элементы t_{il}^f $(i = 1, \ldots, d_y,\ \ l = 1, \ldots, d_f)$ матрицы T^f находятся после приложения ступенчатых компонент вектора f и определения моментов времени t_{il}^f, для которых выполняются, аналогичные (5.11), равенства

$$\left|y_i\left(t^* + t_{il}^f\right) - y_{il}^{\text{уст},f}\right| = 0,05\left|y_{il}^{\text{уст},f}\right| \quad (i = 1, \ldots, d_y,\ \ l = 1, \ldots, d_f).$$

Определение 5.4. Матрицами постоянных времени возмущенного процесса называются матрицы T^u, T^f и T^b элементы которых находятся в результате серии экспериментов Б.

6. Управление возмущенным процессом. Подавление возмущений

Управление возмущенным процессом служит для уменьшения отклонения $y(t)$ реального процесса от программного. Это уменьшение будем называть также подавлением возмущений.

6.1. Пропорциональное и интегральное управления

Определение 6.1. П- управлением (пропорциональным управлением, П- регулятором) называется пропорциональная зависимость управления от разности программного и реплизовавшегося выхода процесса.

П- управление имеет вид

$$u^s = -k^y y, \tag{6.1}$$

где k^y – заданное положительное число.

Исследуем свойства возмущенного процесса с таким управлением.

Рассмотрим вначале безинерционный процесс (5.5).

$$y(t) = k^u u^s(t) + k^f f^s(t), \tag{6.2}$$

в котором $f^s(t)$ – неизвестное внешнее возмущение, k^f – неизвестное число.

Выход этого процесса с управлением (6.1) имеет вид

$$(1 + k^u k^y)y(t) = k^f f^s(t)$$

$$y(t) = \frac{k^f f^s(t)}{(1 + k^u k^y)}. \tag{6.3}$$

Таким образом, в системе с П-регулятором отклонение $y(t)$ от планового выхода будет малым, если коэффициент k^y регулятора достаточно велик.

П- регулятор реализует пропорциональную отрицательную обратную связь: вход процесса (6.1), (6.2) пропорционален его выходу.

Рассмотрим инерционный процесс с П- управлением.

Уравнение этого процесса

$$t^u qy(t) + y(t) = k^u k^y y(t) + k^f f^s(t). \tag{6.4}$$

Если внешнее возмущение – неизвестная константа, то установившаяся ошибка

$$y = \frac{k^f f^s}{(1 + k^u k^y)}, \tag{6.5}$$

а постоянная времени процесса (5.11), (6.1) уменьшается, как и установившаяся ошибка, с ростом коэффициента регулятора:

$$t^f = \frac{t^u}{(1 + k^u k^y)}. \tag{6.6}$$

Определение 4.2. И- управлением (интегральным управлением, И- регулятором), называется управление

$$u^s = -k_1 \int_0^t y(t)dt, \tag{6.7}$$

где k_1 – заданное положительное число.

Известно, что такое управление обеспечивает установившуюся ошибку, равную нулю.

6.2. Компенсационное управление

Рассмотрим безинерционный процесс (6.2), полагая. без потери общности, $k^f = 1$. Это означает, что этот коэффициент включен в неизвестную формулу $f^s(t)$.

Уравнение (6.2) принимает вид

$$y(t) = k^u u^s(t) + f^s(t). \tag{6.8}$$

Предположим, что внешнее возмущение точно измеряется. Тогда, если принять

$$u^s(t) = -\frac{1}{k^u f^{\vee s}(t)}, \tag{6.9}$$

где $f^{\vee s}(t)$ – результат вычисления или измерения $f^s(t)$, то выход $y(t) = 0$.

Так как внешнее возмущение не измеряется, то будем его вычислять, используя выход процесса.

Пусть $f^s(t)$ – кусочно-постоянная функция с интервалами постоянства h и пусть до момента времени t^* она была равна нулю.

В момент времени t^* выход $y(t^*)$ при $u^s(t) = 0$ дает значение $f^s(t^*) = y(t^*)$ возмущения в этот мемент. Прикладывая управление

$$u(t) = -\frac{1}{k^u y(t^*)}, \quad t^* < t < t^* + h. \tag{6.10}$$

Получим на выходе

$$y(t) = 0, \quad t^* < t < t^* + h.$$

Рассмотрим интервал $[t^* + h,\ t^* + 2h]$. Для момента $t^* + h$ запишем (6.10) как

$$y(t^* + h) = k^u(t^* + h) + f^s(t^* + h) = k^u u(t^*) + f^s(t^*). \tag{6.11}$$

Отсюда следует величина возмушения

$$f^{\vee s}(t^* + h) = y(t^* + h) - k^u u^s(t^*). \tag{6.12}$$

Используя выражение (6.9), получим уравнение

$$u^s(t) = -\frac{1}{k^u \left[y(t^* + h) - k^u u^s(t^*)\right]}, \quad t^* + h < t < t^* + 2h. \tag{6.13}$$

Исключая точку $t = t^* + h$, выход процесса с таким управлением равен нулю. Действительно

$$y(t) = -\left[y(t^* + h) - k^u u^s(t^*)\right] + f^s(t) = -f^{\vee s}(t^* + h) + f^s(t^* + h) = 0, \quad t^* + h < t < t^* + 2h. \tag{6.14}$$

Это справедливо и для следующих интервалов.

Примечание 4.1. Если значение k^u неизвестно, то в момент времени t^* выход $y(t^*)$ при $u^s(t^) = 0$ дает

$$f^{\vee s}(t^*) = y(t^*), \quad t^* < t < t^* + h_1, \quad h_1 < h.$$

В момент времени $t^* + h$ прикладываем некоторое известное управление $u(t^* + h_1)$. Тогда выход процесса

$$y(t^* + h_1) = k^u u(t^* + h_1) + f^{\vee s}(t^* + h_1) = k^u u(t^* + h_1) + y(t).$$

Отсюда искомый коэффициент

$$k^u = \frac{[y(t^* + h_1) - y(t^*)]}{u(t^* + h_1)}.$$

■

Чтобы определить значения выходв в моменты скачка возмущения, рассмотрим более общий случай, когда управление обладает запаздыванием $\tau < h$.

Уравнение процесса (6.8) при кусочно-постоянном возмущении имеет в этом случае вид

$$y(t) = k^u u(t - \tau) + f^s(t), \quad ih < t < (i + 1)h, \quad i = 0, 1, 2, \dots\ . \tag{6.15}$$

Управление, аналогичное (6.10), (6.13), имеет вид

$$\begin{cases} u(t) = -\dfrac{1}{k^u\left\{[y(i-1)h] - k^u u\,[(i-1)h-\tau]\right\}} \quad ih < t < ih+\tau, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ u(t) = -\dfrac{1}{k^u\left\{y(ih) - k^u u(ih-\tau)\right\}} \quad ih+\tau < t < (i+1)h, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ u(t) = 0, \quad 0 < t < \tau. \end{cases} \tag{6.16}$$

Утверждение 4.1. При управлении (6.16) выход процесса (6.15) имеет вид

$$\begin{cases} y(t) = f^s\,[(i-1)h] + f^s(ih), \quad ih < t < ih+\tau, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ y(t) = 0, \quad ih+\tau < t < (i+1)h, \quad i = 0,1,2,\dots\ . \end{cases} \tag{6.17}$$

Действительно, управление (6.16) можно записать на основе уравнения (6.15) как

$$\begin{cases} u(t) = -f^{\vee s}\,[(i-1)h]\,, \quad ih < t < ih+\tau, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ u(t) = -f^{\vee s}(ih), \quad ih+\tau < t < (i+1)h, \quad i = 0,1,2,\dots\ . \end{cases} \tag{6.18}$$

Из этих выражений следует уравнения (6.17) утверждения.

7. Пример. Управление бригадой грузчиков

7.1. Описание процесса

Рассмотрим процесс транспортировки угля весом b^* бригадой, состоящей из 3 грузчиков (исполнителей) и бригадира (менеджер). Транспортировка осуществляется из точки $A\ (p_a, q_a)$ – места складирования, (скобках указаны координаты точки), в точку $B\ (p_b, q_b)$ – места хранения угля. Заданы моменты начала t_b^* и окончания t_c^* работы так, что работа должна быть выполнена за два восьмичасовых рабочих дня.

Грузчики снабжены совковыми лопатами и тачками для перевозки груза. Груз предполагается транспортировать последовательно: первый грузчик перемещает груз из точки $a_1(p_1, q_1) = A\ (p_a, q_a)$ в точку $a_2(p_2, q_2)$, второй – из точки $a_2(p_2, q_2)$ в точку $a_3(p_3, q_3)$, а третий – из точки $a_3(p_3, q_3)$ в конечную точку $a_4(p_4, q_4) = B\ (p_b, q_b)$.

Для оплаты грузчиков бригадиру выделены финансовые средства σ^*. Бригадир решает какая сумма σ_p будет им выделена для оплаты грузчиков. Величина $\dfrac{(\sigma^* - \sigma_p)}{2}$

является его премией. Однако, если срок выполнения работ превышен, то бригадир штрафуется на сумму, превышающую максимально возможный размер его премии.

Бригадир заключил с исполнителя соглашение, которое стимулирует их на интенсивную работы.

Трудоемкость работ на каждом из трех участков

$$\Psi_i = b^* s_i^* \mu \quad (i = 1, 2, 3), \tag{7.1}$$

где s_i^* – расстояние между точками a_i и a_{i+1}, μ – вязкость покрытия, по которому перемещаются тачки (например $\mu = 1$, если грунтовая тропа сухая, $\mu = 1,3$ – если мокрая).

Грузчики имеют примерно равные квалификационные индексы и поэтому им устанавливаются (путем одинаковых длин участков) равные объемы работ $\Psi = \Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3$ и соответсвенно равная оплата

$$\sigma_i = \frac{\sigma_p}{3}, \quad (i = 1, 2, 3). \tag{7.2}$$

В связи со штрафными санкциями, бригадир запланировал равномерную работу бригады так, чтобы в конце каждого часа (из 16) величина транспортируемого груза в конечной точке B получала приращение не менее

$$\mathrm{w} = \frac{b^*}{16} \quad \Big(\Big), \tag{7.3}$$

где w – скорость транспортировки. Для обеспечения ее каждый грузчик должен работать с не меньшей скоростью $\mathrm{w}_i \geqslant \mathrm{w}^*$.

Для создания задела первый грузчик начинает работу на 1 час раньше второго, а второй – на один час раньше первого.

7.2. Формализованное описание планируемого процесса

7.2.1. p- процесс

Он описывается как

$$\beta = P[\alpha\,;\,\gamma]. \tag{7.4}$$

$$: \quad \gamma = [\gamma_1\,;\,\gamma_2\,;\,\gamma_3] = [p_b\,;\,q_b\,;\,b^*], \tag{7.5}$$

– координаты конечной точки размещения и вес угля,

$$: \quad \alpha = [\alpha_1 \,; \, \alpha_2 \,; \, \alpha_3] = [p_a \,; \, q_a \,; \, b^* \,; \, \sigma^*], \tag{7.6}$$

– координаты исходной точки размещения, вес угля и стоимость работы,

$$: \quad \beta = [\beta_1 \,; \, \beta_2 \,; \, \beta_3] = [p_b \,; \, q_b \,; \, b(t)], \tag{7.7}$$

– координаты конечной точки и текущий вес угля.

7.2.2. C - процесс. Программное управление

C-процесс (бригадир) описывается уравнением

$$\beta^c = C\left(\nu^{mp}_{[11]} \,; \, \nu^{mp}_{[21]} \,; \, \nu^{mp}_{[31]} \,; \, \nu^{p}_{[11]} \,; \, \nu^{p}_{[21]} \,; \, \nu^{p}_{[31]}\right)[\alpha^c \,; \, \gamma^c]\,, \tag{7.8}$$

где $\nu^{mp}_{[11]}$, $\nu^{mp}_{[21]}$, $\nu^{mp}_{[31]}$, $\nu^{p}_{[11]}$, $\nu^{p}_{[21]}$, $\nu^{p}_{[31]}$ – объемы знаний бригадира о квалификационных и мотивационных параметрах грузчиков.

$$: \quad \gamma^c = [\gamma_1 \,; \, \max(\sigma^* - \sigma_p)], \tag{7.9}$$

(эта цель означает, что бригадир имеет собственную цель: максимизировать свою премию).

$$: \quad \alpha^c = [\alpha^{\in} \,; \, \beta^{\in p}], \tag{7.10}$$

$\beta^{\in p}$ – данные о результатах работы каждого грузчика, $(\beta^{\in p}_i = \mathrm{w}_i)$,

$$: \quad \beta^c = \left[\beta^c_{[1]} \,; \, \beta^c_{[2]} \,; \, \beta^c_{[3]}\right], \tag{7.11}$$

$\beta^c_{[1]}$ – координаты промежуточных точек складирования $(\beta^c_{[1]} = p_2, q_2, p_3, q_3;)$
$\beta^c_{[2]} = \left[\beta^c_{[12]} \,; \, \beta^c_{[22]} \,; \, \beta^c_{[32]}\right]$ $i = 1, 2, 3$ – планируемая скорость работы каждого грузчика $\beta^c_{[i2]} = \mathrm{w}^*$; $\beta^c_{[3]}$ – планируемая оплата каждого грузчика $\left(\beta^c_{[i3]} = \sigma_i = \dfrac{\sigma_p}{3}\right)$.

7.2.3. $p^{(0)}_i$ - ый процесс. $(i = 1, 2, 3)$

Он описывается уравнением

$$\beta^p_{[i]} = P^{(0)}_i\left(\nu^p_{[i1]} \,; \, r^p_{1i}\right)\left[\alpha^p_{[i]} \,; \, \gamma^p_{[i]}\right], \tag{7.12}$$

где $\beta^p_{[i1]}$ – средняя скорость траспортировки i-тым грузчиком в час $\left(\beta^p_{[i1]} = \mathrm{w_i}\right)$, $\beta^p_{[i2]}$ – текущий вес перенесенного груза $\left(\beta^p_{[i2]} = b_i\right)$, вектора параметров $\mathrm{v}^p_{[i]}$ состоят из двух векторов: вектора $\mathrm{v}^p_{[i1]}$ параметров грузчиков и вектора $\mathrm{v}^p_{[i2]}$ параметров инструментов (лопаты: $\mathrm{v}^p_{[i2]1}$ – длина древка, $\mathrm{v}^p_{[i2]2}$ – длина совка, $\mathrm{v}^p_{[i2]3}$ – ширина совка и параметров тачки: ее объем $\mathrm{v}^p_{[i2]4}$ и т.п.).

$$: \quad \gamma^p_{[i]} = [p_1\,;\, q_1\,;\, p_{i+1}]\,;\, q_{i+1}\,;\, w^*]\,, \tag{7.13}$$

– скорость траспортирвоки на заданном участке;

$$: \quad \alpha^p_{[i]} = \left[\beta^p_{[i-1]}\,;\, \beta^c_{[i1]}\,;\, \beta^c_{[i2]}\,;\, \beta^c_{[i3]}\right], \tag{7.14}$$

Интенсивность работы каждого грузчика

$$r^p_{[1i]} = M^p_i \left(\nu^{mp}_{[i]}\right) \left[\beta^c_{[i1]}\,;\, \beta^c_{[i2]}\,;\, \beta^c_{[i3]}\,;\,\right]. \tag{7.15}$$

7.3. Возмущенный процесс

7.3.1. Внешнее возмущение. Идентификация коэффициентов

Пусть до момента времени t^* процесс транспортировки протекал по плану. В момент t^* начался мелкий дождь, который изменил вязкость покрытия (тропа частично размокла и параметр μ увеличился).

Это привело к увеличению трудоемкости (7.1) работ и при неизменной интенсивности труда скорость транпортировки упала на величину $\Delta \mathrm{w}_i$

$$\mathrm{w}_i = \mathrm{w}^*_i - \Delta \mathrm{w}_i, \quad i = 1, 2, 3\,. \tag{7.16}$$

Здесь и далее все переменные, содержащие символ Δ положительны.

Для увеличения скорости бригадир имеет несколько альтернатив, в частности:

а) стимулировать дополнительной одинаковой оплатой всех грузчиков;

б) стимулировать первого грузчика (причина его выделения пояснена ниже в разделе 7.3.3) при увеличенной длине первого учаска, а двум другим уменьшить длину участков, так, чтобы сохранить им прежнюю трудоемкость работ

$$(s^*_i - \Delta s_i)\,(\mu^* + \Delta \mu)\,, \quad i = 1, 2, 3\,. \tag{7.17}$$

Рассмотрим альтернативу б).

Уравнения второго и третьего грузчиков имеют вид

$$y_1 = k^s \Delta s - k^\mu \Delta \mu, \quad j = 2, 3\,, \tag{7.18}$$

а первый грузчик описывается уравнением

$$y_1 = k_1^{\sigma}\Delta\sigma - 2k^s\Delta s - k^{\mu}\Delta\mu, \qquad (7.19)$$

где Δs – управление вторым и третьим грузчиком, $\Delta\mu$ – неизвестное внешнее возмущение, $\Delta\sigma$ – управление первым грузчиком, Δs известное и $\Delta\mu$ неизвестное внешние возмущения.

Для нахождения коэффициента усиления управления в уравнении (7.18) найдем зависимость $\Delta \mathrm{w}_i$ от изменения вязкости покрытия и длин участков.

Опуская нижний коэффициент i, обозначая φ – скорость перемещения грузчика с нагруженной тачкой и предполагая, что она равна скорости с ненагруженной тачкой, найдем длительность транспортировки одной тачки

$$t^{tr} = \frac{2s}{\varphi} + t^g, \qquad (7.20)$$

где t^g – длительность погрузки тачки.

Пусть скорость перемещения обратно пропорциональна вязкости покрытия

$$\varphi = \frac{\varphi^*}{\mu}, \qquad (7.21)$$

где φ^* – скорость при вязкости $\mu = \mu^* = 1$, тогда длительность транспортировки

$$t^{tr} = \frac{(s\mu)2}{\varphi^*} + t^g. \qquad (7.22)$$

Таким образом, скорость транспортировки определяется вместимостью тачки и длительностью ее транспортировки

$$\mathrm{w} = \frac{\mathrm{w}^p_{[i2]4}}{t^{tr}}. \qquad (7.23)$$

Из выражения (7.22) получим

$$t^{tr} = t^{tr*} + \Delta t^{tr} = \frac{(s^* - \Delta s)\,(\mu^* + \Delta\mu)\,2}{\varphi^*} + t^g. \qquad (7.24)$$

Подставляя это выражение в (7.23) и разлагая его в ряд Тейлора в окрестности точек s^* и μ^*, получим

$$\mathrm{w} = \mathrm{w}^* + k^s\Delta s - k^{\mu}\Delta\mu, \qquad (7.25)$$

где $k^s = \dfrac{d}{ds}\left\{\dfrac{\mathrm{v}^p_{[5]}\varphi^*}{(2s\mu^* + t^g\varphi^*)}\right\}\Bigg|_{s=s^*}$ – известное положительное число.

Определение коэффициента усиления управления (7.19) – сложное. Рассмотрим два случая.

Случай 1. Бригадир почти лостоверно знает квалификационные и мотивационные параметры грузчиков (он работал с ними достаточно долго ранее). Это позволяет оценить коэффициенты их чувствительности и ранжировать их. Пусть

$$k_1^\sigma > k_2^\sigma > k_3^\sigma, \tag{7.26}$$

и поэтому он принимает решение стимулировать дополнительной оплатой только первого грузчика, оставляя неизменной трудоемкость остальных, путем уменьшения их участков.

Случай 2. Бригадир плохо знает квалификационные и мотивационные параметры грузчиков (он мало работал с ними ранее) и поэтому он стимулирует одинаковой дополнительной оплатой (альтернатива а). Через несколько часов их работы он оценивает увеличение скорости транспортировки каждым из них и определяет по этим экспериментальным данным коэффициенты их усиления (см. примечание 4.1). Пусть ранжированы они как (7.26) и потому далее он управляет как в случае 1.

7.3.2. Внутреннее возмущение

Пусть в момент времени t^* не было дождя, но в этот момент второй грузчик частично потерял работоспособность (например, он подвернул ногу). Это привело к уменьшению скорости его движения и поэтому скорость транспортировки упала на величину $\Delta \mathrm{w}_2$

$$\mathrm{w}_2 = \mathrm{w}_2^* - \Delta \mathrm{w}_2. \tag{7.27}$$

Чтобы сохранить требуемую скорость транспортировки, бригадир уменьшил длину его участка и увеличил длину участка первого грузчика, стимулировав его дополнительной почасовой оплатой.

Оценивая трудоспособность значением параметра здоровье – $\mathrm{v}^p_{[24]}$ (первый индекс в квадратных скобках означает второго грузчика), запишем

$$\mathrm{v}^p_{[24]} = \mathrm{v}^{p*}_{[24]} - \Delta \mathrm{v}^p_{[24]}, \tag{7.28}$$

где $\Delta \mathrm{v}^p_{[24]}$ – неизвестная малая величина потери трудоспособности (уменьшение здоровья).

Будем полагать, что скорость его движения пропорциональна трудоспособности и, опуская верхний и нижний индексы в обозначениях v, получим

$$\varphi = \varphi^*(\mathrm{v}^* - \Delta \mathrm{v}), \tag{7.29}$$

где φ^* – скорость до частичной потери трудоспособности.

Тогда аналогично (7.26) запишем

$$t^{tr} = t^{tr*} + \Delta t^{tr} = \frac{(s^* - \Delta s)\, 2}{(\mathrm{v}^* - \Delta \mathrm{v}^*)} + t^g. \tag{7.30}$$

Подставляя это выражение в (7.23) и разлагая в ряд Тейлора в окрестности точек s^* и v^*, получим коэффициент k_2^s и таким образом,

$$y_2 = k_2^s \Delta s_2 - k^{\mathrm{v}} \Delta \mathrm{v}. \tag{7.31}$$

К этому уравнению добавляем уравнение первого грузчика

$$y_1 = k_1^\sigma \Delta\sigma - k^s \Delta s_2. \tag{7.32}$$

7.3.3. Компенсационное управление. Подавление возмущений

Для оперативного управления применим компенсационное управление (6.16).

Оперативное управление (6.16) вторым и третьим грузчиком имеет вид

$$\begin{cases} \Delta s_q(t) = -\dfrac{1}{k^s\left\{y_q\left[(i-1)h\right] - k^s \Delta s_q\left[(i-1)h - \tau\right]\right\}}, \\ \qquad q = 2,3, \quad ih < t < ih + \tau, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ \Delta s_q(t) = -\dfrac{1}{k^s\left\{y_q(ih) - k^s \Delta s_q(ih - \tau)\right\}}, \\ \qquad q = 2,3, \quad ih + \tau < t < (i+1)h, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ \Delta s_q(t) = 0, \quad 0 < t < \tau. \end{cases} \tag{7.33}$$

Величина τ – это длительность принятия решения бригадиром.

Таким образом, управление первым грузчиком имеет вид

$$\begin{cases} \Delta\sigma(t) = -\dfrac{1}{k^\sigma\left\{y_1\left[(i-1)h\right] - k^\sigma \Delta\sigma\left[(i-1)h - \tau\right]\right\}}, \quad ih < t < ih + \tau, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ \Delta\sigma(t) = -\dfrac{1}{k^\sigma\left\{y_1(ih) - k^\sigma \Delta\sigma(ih - \tau)\right\}}, \quad ih + \tau < t < (i+1)h, \quad i = 0,1,2,\dots\ , \\ \\ \Delta\sigma(t) = 0, \quad 0 < t < \tau. \end{cases} \tag{7.34}$$

При внутреннем возмущении возмущенный процесс описывается уравнениями (7.31) и (7.32) первого и второго грузчиков.

Управление ими описывается выражениями (7.34) и (7.33) при $q = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Г.Попов "Основы менеджмента М.:изд.Ос6-89,2003. 2. "Менеджмент"/Под ред.М.М.Максимова, М.А.Комарова.М.:Изд-во "Единст-во 2003.

3. С.В. Емельянов, С.К.Коровин "Новые типы обратной связи"М. Наука, Физматлит,1997.

4. Цыганов В.В. "Адаптивные механизмы в отраслевом управлении". М. Наука, 1991.

5. Алферов В.И., С.А. Баркалов, В.Н. Бурков и др. "Прикладные задачи управления строительными проектами". Воронеж, ОАО Центральное- черноземное книжное из-дательство, 2008.