

© 2011 г. А. Г. Александров, д-р физ.-мат. наук, М. В. Паленов, ст.
инж.

Учреждение Российской Академии Наук Институт Проблем Управления
им. В.А. Трапезникова РАН

САМОНАСТРАИВАЮЩИЙСЯ ПИД/И РЕГУЛЯТОР¹

Предлагается самонастраивающийся регулятор основанный на методе частотной идентификации, предназначенный для управления объектами с изменяющимися во времени параметрами в условиях воздействия произвольных ограниченных внешних возмущений. Проведено исследование влияния частот гармоник испытательного сигнала на результаты идентификации за заданное время. Предложены способ выбора частот и алгоритм настройки амплитуд гармоник испытательного сигнала. Длительность идентификации параметров модели объекта определяется автоматически, в зависимости от интенсивности внешнего возмущения и заданной желаемой относительной точности идентификации. Приводятся результаты экспериментальных исследований предлагаемого регулятора, демонстрирующие его эффективность.

Ключевые слова: адаптивное управление, частотная идентификация, ПИД-регулятор, И-регулятор, неизвестные ограниченные возмущения.

1. Введение

Пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД) регуляторы часто используются для управления технологическими процессами, что вызвано простотой их реализации и во многих случаях достаточной эффективностью. Однако значительное количество объектов управления (ОУ) обладает нестационарными (дрейфующими)

¹Работа выполнена при поддержке гранта Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 09-08-00338-а).

во времени параметрами. В связи с этим необходимо постоянно или периодически подстраивать параметры ПИД-регулятора под изменяющиеся параметры ОУ. Для решения этой проблемы исторически первыми были предложены алгоритмы автонастройки, которые предполагали разовую настройку ПИД-регулятора при запуске системы управления. Первыми в этой области были Циглер и Никольс [1, 2], которые предложили сразу два способа автонастройки. Первый способ предполагал настройку ПИД-регулятора по параметрам модели ОУ (модель имела вид интегратора с запаздыванием), полученной по переходной характеристике ОУ, вызванной ступенчатым изменением входного воздействия. Второй способ предполагал настраивать ПИД-регулятор по амплитуде (k_u) и периоду (T_u) автоколебаний замкнутой системы, соответствующих точке пересечения годографа амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) замкнутой системы с отрицательной действительной осью. Причем возбуждать автоколебания предлагалось путем повышения коэффициента усиления регулятора.

Очевидно, что использование алгоритмов автонастройки является недостаточным во многих случаях, так как природа ОУ такова, что требуется периодическая настройка параметров регулятора. Поэтому для преодоления этих трудностей были предложены адаптивные ПИД-регуляторы с алгоритмом непрямого (идентифицирующего) адаптивного управления, основанные на алгоритмах автонастройки. Таким образом, развитие первого способа автонастройки, предложенного в работах Циглера и Никольса, привело к созданию адаптивных ПИД-регуляторов [3–7], использующих идентификацию более сложных моделей ОУ (более сложных, чем интегратор с запаздыванием) по переходной характеристике ОУ или замкнутой системы, вызванной небольшим изменением задающего воздействия. Параметры ПИД-регулятора корректируются на основе получаемых в результате идентификации оценок параметров модели ОУ. Развитие второго направления привело к созданию адаптивных ПИД-регуляторов [8, 9], использующих двухпозиционное реле для возбуждения малых по амплитуде автоколебаний (k_m). Амплитуда автоколебаний системы вычисляется че-

рез полученную малую амплитуду k_m с помощью коэффициентов гармонической линеаризации [4]. В более поздней работе [10] и книге [4] предложено использовать метод наименьших квадратов для определения k_u и T_u .

Наряду с развитием адаптивных ПИД-регуляторов, основанных на методах автонастройки, развивались адаптивные регуляторы общего вида. В частности, развитие частотных методов идентификации, использующих гармонический испытательный сигнал, привело к созданию алгоритмов частотного адаптивного управления [11, 12]. Эти алгоритмы способны функционировать в условиях воздействия интенсивных произвольных ограниченных внешних возмущений. Идентификация ОУ может осуществляться как в разомкнутом, так и в замкнутом контурах. На основе этой теории был создан адаптивный ПИД-регулятор [13], в котором динамика ОУ описывается моделью первого порядка с запаздыванием.

Частотные методы идентификации впервые для адаптивных ПИД-регуляторов были применены В.Я. Ротачем [9], что в последствии получило дальнейшее развитие [14].

В данной статье предлагается самонастраивающийся ПИД/И-регулятор основанный на использовании метода частотной идентификации, который дополнен алгоритмами настройки амплитуд гармоник испытательного сигнала и определения длительности идентификации, являющийся развитием адаптивного ПИД-регулятора, предложенного в [13]. Решена проблема адаптации в замкнутом контуре в ситуациях, когда значительное изменение параметров ОУ приводит к потере устойчивости замкнутой с ПИД регулятором системы. Для этого на время идентификации подключается И-регулятор, способный обеспечить устойчивость замкнутой системы в широком классе параметров ОУ.

2. Постановка задачи

Рассмотрим ОУ, описываемый уравнением

$$(1) \quad T^{[i]}\dot{y}(t) + y(t) = k_p^{[i]}u(t - \tau^{[i]}) + f(t), \quad t^{[i]} \leq t < t^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $y(t)$ – измеряемый выход объекта управления, $u(t)$ – управляемый вход, $f(t)$ – неизвестное ограниченное внешнее возмущение ($|f(t)| \leq f^*$), i – номер режима работы ОУ ($i = 1, 2, \dots, N$). Параметры $k_p^{[i]}$, $T^{[i]}$ и $\tau^{[i]}$ – неизвестные числа, которые изменяются в известные (для простоты) моменты времени $t^{[1]}$, $t^{[2]}$, ..., $t^{[N]}$, постоянны на каждом i -м режиме в течение интервалов времени

$$(2) \quad t^{[i]} \leq t < t^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Длина интервалов (2) такова, что: $t^{[i+1]} - t^{[i]} > \Delta t^*$, где Δt^* – достаточно большое положительное число.

Возможные значения параметров ОУ лежат внутри интервалов

$$(3) \quad \underline{k}_p \leq k_p^{[i]} \leq \overline{k}_p, \quad \underline{T} \leq T^{[i]} \leq \overline{T}, \quad \underline{\tau} \leq \tau^{[i]} \leq \overline{\tau}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad \underline{T} \ll \Delta t^*, \quad \underline{\tau} \ll \Delta t^*,$$

где нижние ($\underline{k}_p, \underline{T}, \underline{\tau}$) и верхние ($\overline{k}_p, \overline{T}, \overline{\tau}$) границы – известные положительные числа.

ПИД-регулятор имеет следующий вид:

$$(4) \quad g^{[i]}\dot{u}(t) + u(t) = k_c^{[i]}\varepsilon^{[i]}(t) + k_i^{[i]} \int_0^t \varepsilon^{[i]}(\tilde{t})d\tilde{t} + k_d^{[i]}\dot{\varepsilon}^{[i]}(t),$$

$$t_{st}^{[i]} \leq t < t_{st}^{[i+1]}, \quad t^{[i]} \leq t_{st}^{[i]} < t^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$(5) \quad \varepsilon^{[i]}(t) = y_{sp}(t) - y(t) + v^{[i]}(t),$$

где $g^{[i]}$, $k_c^{[i]}$, $k_i^{[i]}$, $k_d^{[i]}$ – параметры ПИД-регулятора, изменяющиеся в моменты времени $t_{st}^{[i]}$, $\varepsilon^{[i]}(t)$ – ошибка слежения, $y_{sp}(t)$ – задающее воздействие (уставка), $v^{[i]}(t)$ – тестовый (испытательный) сигнал.

Параметры ПИД-регулятора (4) вычисляются по следующим формулам [15]:

$$(6) \quad k_c^{[i]} = \frac{2T^{[i]} + \tau^{[i]}}{2k_p^{[i]}(\lambda^{[i]} + \tau^{[i]})}, \quad k_i^{[i]} = \frac{1}{k_p^{[i]}(\lambda^{[i]} + \tau^{[i]})}, \quad k_d^{[i]} = \frac{T^{[i]}\tau^{[i]}}{2k_p^{[i]}(\lambda^{[i]} + \tau^{[i]})}, \quad g^{[i]} = \frac{\lambda^{[i]}\tau^{[i]}}{2(\lambda^{[i]} + \tau^{[i]})},$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где $\lambda^{[i]}$ – параметр синтеза, задающий желаемое быстродействие системы. Как правило выбирают $\lambda^{[i]} = \frac{T^{[i]}}{\chi}$, где $\chi = 2 \div 4$ [4, 15].

Временные интервалы работы ОУ и регулятора поясняются на рис. 1.

Выход объекта и управление должны удовлетворять условиям:

$$(7) \quad |y(t)| < y_-, \quad |u(t)| < u_-,$$

где y_- и u_- – заданные положительные числа.

Стоит отметить, что, возможно, и не существует одного такого ПИД-регулятора с постоянными параметрами, который бы мог обеспечить устойчивость замкнутой системы (1), (4), (5) на всех режимах работы ОУ.

Ошибка слежения (5), на любом i -м режиме ОУ имеет вид

$$|\varepsilon^{[i]}(t)| = |\varepsilon^{[i]*}(t)| + |\xi^{[i]}(t)|, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $|\varepsilon^{[i]*}(t)|$ – “идеальная” ошибка слежения в системе (1), (4), (5), если параметры ПИД-регулятора рассчитаны на каждом i -м режиме работы ОУ с помощью формул (6) при точно известных параметрах модели ОУ.

Замкнутая система (1), (4), (5) с точностью до Паде-аппроксимации запаздывания, при отсутствии внешнего возмущения ($f(t) = 0$), описывается следующим дифференциальным уравнением [15]:

$$\lambda^{[i]}\dot{y}(t) + y(t) = y_{sp}(t - \tau^{[i]}).$$

Влияние испытательного сигнала $v^{[i]}(t)$ на выход системы ограничено и опреде-

ляется коэффициентом влияния испытательного сигнала

$$(8) \quad K_v^{[i]} = \sqrt{\frac{\int_{t_0^{[i]}+t_a}^{t_0^{[i]}+2t_a} (y_{sp}(t) - y(t))^2 dt}{\int_{t_0^{[i]}}^{t_0^{[i]}+t_a} (y_{sp}(t) - \bar{y}(t))^2 dt}}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $y(t)$ – выход замкнутой системы (1), (4), (5), $\bar{y}(t)$ – выход замкнутой системы (1), (4), (5) при отсутствии испытательного сигнала ($v^{[i]}(t) = 0$), t_a – достаточно большое время.

Испытательный сигнал, на каждом режиме, должен быть таким, чтобы коэффициент влияния испытательного сигнала был ограничен:

$$(9) \quad K_v^{[i]} \leq K_v^*, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где K_v^* – заданное допустимое значение коэффициента влияния испытательного сигнала.

Задача состоит определении таких параметров ПИД-регулятора на каждом i -м режиме работы ОУ, чтобы условия (7) и (9) выполнялись, а функция $\xi^{[i]}(t)$ была ограничена:

$$(10) \quad |\xi^{[i]}(t)| < q|\varepsilon^{[i]*}(t)|, \quad t \geq t_{st}^{[i]}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где q – достаточно малое положительное число.

3. Идентификация объекта управления

Согласно непрямому алгоритму адаптивного управления, поставленная задача сводится к идентификации параметров модели ОУ (1) на соответствующем i -м режиме и последующему синтезу ПИД-регулятора по приведенным формулам (6) с использованием полученных в результате идентификации оценок параметров модели ОУ.

3.1. Конечно-частотная идентификация

Идентификация параметров модели ОУ (1) затруднена несколькими обстоятельствами:

а) задающее воздействие часто является постоянной функцией и поэтому входной сигнал $u(t)$ недостаточно “богат” гармониками [16];

б) внешнее возмущение $f(t)$ – неизвестная ограниченная функция;

в) идентификация должна осуществляться при работе объекта в замкнутой системе.

Эти проблемы решаются с помощью метода конечно-частотной идентификации, в соответствии с которым числа

$$(11) \quad \alpha_k^{[i]} = \operatorname{Re} W_p^{[i]}(j\omega_k), \quad \beta_k^{[i]} = \operatorname{Im} W_p^{[i]}(j\omega_k), \quad k = 1, 2,$$

где

$$(12) \quad W_p^{[i]}(s) = \frac{k_p^{[i]} e^{-\tau^{[i]}s}}{T^{[i]}s + 1}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

называются *частотными параметрами*.

Частотные параметры определяются экспериментально путем “возбуждения” системы испытательным сигналом $v^{[i]}(t)$ следующего вида:

$$(13) \quad v^{[i]}(t) = \rho_1^{[i]} \sin \omega_1 t + \rho_2^{[i]} \sin \omega_2 t, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $\rho_k^{[i]}$ ($k = 1, 2$) – амплитуды, настраиваемые на каждом i -м режиме, ω_k ($k = 1, 2$) – частоты, определяемые далее, $\omega_2 = \mu\omega_1$ ($2 \leq \mu < \infty$, μ – целое число) [17].

Вход $u(t)$ и выход $y(t)$ ОУ подаются на фильтр Фурье:

(14)

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_{yk}^{[i]} &= \alpha_{yk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \frac{2}{\rho_k^{[i]}\bar{t}^{[i]}} \int_{t_F^{[i]}}^{t_F^{[i]}+\bar{t}^{[i]}} y(t) \sin(\omega_k t) dt, & \hat{\beta}_{yk}^{[i]} &= \beta_{yk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \frac{2}{\rho_k^{[i]}\bar{t}^{[i]}} \int_{t_F^{[i]}}^{t_F^{[i]}+\bar{t}^{[i]}} y(t) \cos(\omega_k t) dt, \\ \hat{\alpha}_{uk}^{[i]} &= \alpha_{uk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \frac{2}{\rho_k^{[i]}\bar{t}^{[i]}} \int_{t_F^{[i]}}^{t_F^{[i]}+\bar{t}^{[i]}} u(t) \sin(\omega_k t) dt, & \hat{\beta}_{uk}^{[i]} &= \beta_{uk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \frac{2}{\rho_k^{[i]}\bar{t}^{[i]}} \int_{t_F^{[i]}}^{t_F^{[i]}+\bar{t}^{[i]}} u(t) \cos(\omega_k t) dt,\end{aligned}$$

$$k = 1, 2, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $\bar{t}^{[i]}$ – длительность фильтрации на каждом режиме, $t_F^{[i]}$ – время начала фильтрации на каждом режиме, $\bar{t}^{[i]}$ и $t_F^{[i]}$ – кратны базовому периоду $T_b = \frac{2\pi}{\omega_1}$ и удовлетворяют условию: $t^{[i]} < t_F^{[i]} + \bar{t}^{[i]} < t^{[i+1]}$ ($i = 1, 2, \dots, N$). Числа $\hat{\alpha}_{yk}$, $\hat{\beta}_{yk}$, $\hat{\alpha}_{uk}$, $\hat{\beta}_{uk}$ ($k = 1, 2$) позволяют оценить параметры модели ОУ.

Если выполняются условия строгой ФФ-фильтруемости внешнего возмущения $f(t)$ и задающего воздействия $y_{sp}(t)$ [17], которые означают, что внешнее возмущение $f(t)$ и задающее воздействие $y_{sp}(t)$ не содержат гармоник с частотами ω_1 , ω_2 испытательного сигнала, то

(15)

$$\lim_{\bar{t}^{[i]} \rightarrow \infty} \alpha_{yk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \alpha_{yk}^{[i]}, \quad \lim_{\bar{t}^{[i]} \rightarrow \infty} \beta_{yk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \beta_{yk}^{[i]}, \quad \lim_{\bar{t}^{[i]} \rightarrow \infty} \alpha_{uk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \alpha_{uk}^{[i]}, \quad \lim_{\bar{t}^{[i]} \rightarrow \infty} \beta_{uk}^{[i]}(\bar{t}^{[i]}) = \beta_{uk}^{[i]},$$

$$k = 1, 2, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где $\alpha_{yk}^{[i]}$, $\beta_{yk}^{[i]}$, $\alpha_{uk}^{[i]}$, $\beta_{uk}^{[i]}$ ($k = 1, 2$) – частотные параметры замкнутой системы [17]. Условия ФФ-фильтруемости могут быть проверены экспериментально путем использования фильтра Фурье (14) с отключенным испытательным сигналом ($v(t) = 0$). Если выходы фильтра при этом будут равны нулю, то выполняется условие строгой ФФ-фильтруемости, если же выходы фильтра, при отсутствии испытательного сигнала, будут малыми числами, то выполняется условие ФФ-фильтруемости, при этом предельные равенства (15) будут выполнены с точностью до достаточно малых погрешностей [17].

Числа $\alpha_{yk}^{[i]}$, $\beta_{yk}^{[i]}$, $\alpha_{uk}^{[i]}$, $\beta_{uk}^{[i]}$ ($k = 1, 2$) связаны с частотными параметрами $\alpha_k^{[i]}$, $\beta_k^{[i]}$ ($k = 1, 2$) соотношениями [17]:

$$(16) \quad \alpha_k^{[i]} = \frac{\alpha_{yk}^{[i]}\alpha_{uk}^{[i]} + \beta_{yk}^{[i]}\beta_{uk}^{[i]}}{(\alpha_{uk}^{[i]})^2 + (\beta_{uk}^{[i]})^2}, \quad \beta_k^{[i]} = \frac{-\alpha_{yk}^{[i]}\beta_{uk}^{[i]} + \beta_{yk}^{[i]}\alpha_{uk}^{[i]}}{(\alpha_{uk}^{[i]})^2 + (\beta_{uk}^{[i]})^2}, \quad k = 1, 2, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. [13] *Параметры модели ОУ (1) $k_p^{[i]}$, $T^{[i]}$, $\tau^{[i]}$ связаны с частотными параметрами $\alpha_k^{[i]}$, $\beta_k^{[i]}$ ($k = 1, 2$) ($i = 1, 2, \dots, N$) следующим образом (для упрощения записи индекс $[i]$ опущен):*

$$(17a) \quad T^2 = \frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega_1^2(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \omega_2^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)},$$

$$(17б) \quad k_p^2 = (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(T^2\omega_2^2 + 1), \quad \tau = \frac{1}{\omega_1} \arctan \frac{T\omega_1\alpha_1 + \beta_1}{T\omega_1\beta_1 - \alpha_1},$$

$$(17в) \quad 0 < \omega_1\tau < \frac{\pi}{2}.$$

В Приложении приводятся доказательства этого и последующих утверждений.

3.2. Выбор частот испытательного сигнала

Произвольный выбор частот испытательного сигнала может приводить к большим ошибкам идентификации при заданном времени фильтрации [18].

Проанализируем влияние частот испытательного сигнала на ошибку идентификации на одном i -м режиме (индекс $[i]$ опускается в выкладках, так как ситуация на остальных режимах аналогична).

Пусть частотный параметр β_1 в выражении (17а) определен с ошибкой δ_β :

$$(18) \quad \hat{\beta}_1 = \beta_1 + \delta_\beta.$$

Введем величину, характеризующую ошибку в определении постоянной времени:

$$(19) \quad \Delta_{T^2} = \hat{T}^2 - T^2 = \frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + (\beta_1 + \delta_\beta)^2)}{\omega_1^2(\alpha_1^2 + (\beta_1 + \delta_\beta)^2) - \omega_2^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)} - T^2.$$

Так как $\omega_2 = \mu\omega_1$, $2 \leq \mu < \infty$, то верны следующие утверждения.

Утверждение 2. Если частота испытательного сигнала стремится к нулю ($\omega_1 \rightarrow 0$), то $\Delta_{T^2} \rightarrow \infty$.

Утверждение 3. Существуют δ_β , T , τ , k_p , μ и ω_1 такие, что величина Δ_{T^2} будет превышать любое наперед заданное число.

Утверждение 3 показывает, что нельзя гарантировать путем выбора определенных частот гармоник испытательного сигнала получение оценок параметров модели ОУ с заведомо малой погрешностью, что осложняется еще тем, что параметры ОУ изменяются от режима к режиму произвольным образом. Добиться малых погрешностей оценок можно только проверкой условий относительной сходимости идентификации, которые приводятся в подразделе 3.4.

Известно, что для идентификации объекта управления первого порядка без запаздывания используется одночастотный испытательный сигнал, частоту которого необходимо выбирать как можно ближе к величине $\frac{1}{T}$, что показано в работе [18]. Учитывая это, ограничение (17в) и предполагая, что $\tau^{[i]} \leq T^{[i]}$ ($i = 1, 2, \dots, N$), выберем частоты гармоник испытательного сигнала следующим образом:

$$(20) \quad \omega_1 = \frac{1}{2T}, \quad \omega_2 = 2\omega_1.$$

3.3. Самонастройка амплитуд гармоник испытательного сигнала

Амплитуды испытательного сигнала самонастраиваются на каждом i -м режиме работы объекта аналогично алгоритму из [18]. Они вычисляются следующим образом:

$$(21) \quad \rho_k^{[i]} = \rho_b \omega_k, \quad k = 1, 2, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где ρ_b – базовая амплитуда (изначально выбирается достаточно малой).

Самонастройка осуществляется так, чтобы коэффициент влияния испытательно-го сигнала удовлетворял условию

$$(22) \quad K_v^* - \Delta \leq K_v^{[i]} \leq K_v^*, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где Δ – задаваемое достаточно малое положительное число.

Настройка амплитуд $\rho_k^{[i]}$ ($k = 1, 2$) осуществляется по следующему алгоритму.

Алгоритм 3.1.

1. Вычислить амплитуды (21) при достаточно малом ρ_b и приложить испытательный сигнал (13) с вычисленными частотами (20) к системе (1), (4), (5).
2. Проверить выполнение условий (22) и (7), после чего увеличивать ρ_b , если при этом:
 - а) (22) и (7) выполняются, то завершить самонастройку амплитуд и отключить испытательный сигнал;
 - б) (22) выполняется, а (7) не выполняется, то выбрать такое ρ_b (по возможности, из предыдущих значений), чтобы (7) было выполнено, после чего завершить самонастройку амплитуд и отключить испытательный сигнал.

3.4. Длительность идентификации

Длительность идентификации прямо зависит от длительности фильтрации Фурье (14), которая при ФФ-фильтруемом внешнем возмущении $f(t)$ и задающем воздействии $y_s p(t)$ сходится с течением времени [17]. Оценить процесс сходимости можно по относительной разности получаемых оценок, найденных в моменты времени, кратные базовому периоду T_b . Таким образом, фильтрация на каждом режиме будет завершаться при выполнении следующих условий (для упрощения записи индекс $[i]$ опущен):

$$(23) \quad \left| \frac{\hat{\alpha}_k^{\kappa T_b} - \hat{\alpha}_k^{(\kappa-1)T_b}}{\hat{\alpha}_k^{\kappa T_b}} \right| \leq \theta, \quad \left| \frac{\hat{\beta}_k^{\kappa T_b} - \hat{\beta}_k^{(\kappa-1)T_b}}{\hat{\beta}_k^{\kappa T_b}} \right| \leq \theta, \quad k = 1, 2,$$

$$\left| \frac{\hat{T}^{\kappa T_b} - \hat{T}^{(\kappa-1)T_b}}{\hat{T}^{\kappa T_b}} \right| \leq \theta, \quad \left| \frac{\hat{k}_p^{\kappa T_b} - \hat{k}_p^{(\kappa-1)T_b}}{\hat{k}_p^{\kappa T_b}} \right| \leq \theta, \quad \left| \frac{\hat{\tau}^{\kappa T_b} - \hat{\tau}^{(\kappa-1)T_b}}{\hat{\tau}^{\kappa T_b}} \right| \leq \theta,$$

где $\hat{\alpha}_k^{\kappa T_b}$, $\hat{\beta}_k^{\kappa T_b}$ ($k = 1, 2$), $\hat{T}^{\kappa T_b}$, $\hat{k}_p^{\kappa T_b}$, $\hat{\tau}^{\kappa T_b}$, $\kappa = 1, 2, \dots, M$, – оценки, определенные в моменты времени, кратные базовому периоду T_b , θ – заданное положительное число.

На каждом режиме начальные значения оценок полагаются равными нулю $\hat{\alpha}_k^0 = 0$, $\hat{\beta}_k^0 = 0$ ($k = 1, 2$), $\hat{T}^0 = 0$, $\hat{k}_p^0 = 0$, $\hat{\tau}^0 = 0$. Предполагается, что условия (23) выполняются до наступления следующего режима работы ОУ.

4. И-регулятор и алгоритм настройки ПИД/И регулятора

4.1. И-регулятор

Объект управления в $(i + 1)$ -м режиме, замкнутый с ПИД-регулятором, который настроен на объект i -го режима, может потерять устойчивость. В этом случае ОУ на время идентификации замыкается И-регулятором вида

$$(24) \quad u(t) = k_i \int_{t_0}^t \varepsilon(t) dt,$$

где k_i – коэффициент И-регулятора, постоянный на всех режимах работы ОУ. И-регулятор может быть получен из ПИД-регулятора при $g = 0$, $k_c = 0$, $k_d = 0$.

Утверждение 4. Замкнутая система (1), (24), (5) устойчива, если

$$(25) \quad 0 < k_i < \frac{l_{min}}{k_p}, \quad \text{где } l_{min} = \inf_{\substack{\underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau} \\ \underline{T} \leq T \leq \bar{T}}} \frac{\omega_u}{\sin \omega_u \tau}$$

при условии

$$(26) \quad \operatorname{tg} \omega_u \tau = \frac{1}{T \omega_u},$$

$$(27) \quad 0 < \omega_u < \frac{\pi}{2\tau}.$$

4.2. Алгоритм самонастройки ПИД/И регулятора

1. Замкнуть объект И-регулятором (24). Вычислить частоты испытательного сигнала по формулам (20).
2. Настроить амплитуды, используя алгоритм 3.1.
3. Идентифицировать модель объекта управления в системе замкнутой И- (или ПИД-) регулятором:

- подать испытательный сигнал (13) на вход системы и приложить вход и выход ОУ к фильтру Фурье (14), выходы которого при выполнении условия (23) либо при истечении заданного времени фильтрации \bar{t} и подстановке в (16) дают оценки частотных параметров $\hat{\alpha}_k^{[i]}, \hat{\beta}_k^{[i]}$ ($k = 1, 2$);
- отключить испытательный сигнал и вычислить оценки параметров модели ОУ $\hat{T}^{[i]}, \hat{k}_p^{[i]}, \hat{\tau}^{[i]}$, подставляя в формулы (17а)-(17б) оценки частотных параметров.

4. Используя оценки параметров модели ОУ, вычислить параметры ПИД-регулятора по формулам (6) и замкнуть ОУ этим ПИД-регулятором.

5. В следующем режиме возможны два варианта:

- если условие $|y(t)| \leq y^*$ выполняется (замкнутая система устойчива), то идти к п. 4.2;
- если замкнутая система теряет устойчивость ($|y(t)| > y^*$), то идти к п. 4.2.

5. Экспериментальные исследования

5.1. Экспериментальный стенд “ФМ-2”

Для проведения экспериментальных исследований был разработан стенд полунатурных испытаний “ФМ-2”. Этот стенд включает в себя промышленный контроллер “WinCon-8341” и промышленный компьютер “Athena”, взаимодействующие посредством встроенных аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей. Имитатор объекта управления выполнен на промышленном компьютере “Athena” и представляет собой программу, написанную на языке Си и функционирующую под операционной системой MS-DOS. Такое выполнение обеспечивает высокую гибкость, что позволяет легко изменять структуру ОУ и проводить эксперименты при различных параметрах внешнего возмущения.

Самонастраивающийся ПИД/И-регулятор реализован на промышленном контроллере “WinCon-8341” в виде программы на С#, функционирующей под управлением операционной системы MS Windows CE.NET.

5.2. Результаты экспериментальных исследований

Объект управления имитировался на промышленном компьютере “Athena” и имел вид

$$(28) \quad w_p(s) = \frac{k_p^{[i]} e^{-\tau^{[i]} s}}{(T^{[i]} s + 1)(T_1^* s + 1)(T_2^* s + 1)}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где T_1^* и T_2^* – неучтенные при синтезе постоянные времени, удовлетворяющие условию $T_1^* \leq T_2^* \ll T^{[i]}$ ($i = 1, 2, \dots, N$).

В экспериментах значения неучтенных постоянных времени составляли $T_1^* = 0,2$ с и $T_2^* = 0,3$ с и были неизменны для каждого режима работы ОУ.

Параметры модели ОУ (28) $k_p^{[i]}$, $T^{[i]}$, $\tau^{[i]}$ изменялись при наступлении каждого i -го режима согласно табл. 1.

Таблица 1. Параметры модели ОУ на 8-ми режимах

Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8
k_p	3,51	2,73	2,16	1,05	1,49	3,97	3,89	2,29
T , с	3,22	1,49	2,20	6,90	2,63	3,69	2,53	6,13
τ , с	0,61	0,47	1,75	1,16	1,33	0,38	1,25	1,27

Длительность каждого режима 1400 с. Внешнее возмущение имеет вид $f(t) = 0,5 \text{sign}[\sin 3t]$.

Согласно постановке задачи параметры модели ОУ неизвестны, а известны лишь границы возможных значений параметров модели ОУ: $\underline{k}_p = 0,1$, $\overline{k}_p = 4$, $\underline{T} = 1$ с, $\overline{T} = 8$ с, $\underline{\tau} = 0,1$ с, $\overline{\tau} = 2$ с.

Эксперимент 1. Регулятор без самонастройки. Параметры модели ОУ изменяются согласно табл. 1. Параметры ПИД-регулятора рассчитываются по формулам (6) при подстановке минимальных граничных параметров модели ОУ ($k_p = 0, 1$, $T = 1$ с, $\tau = 0, 1$ с) и остаются неизменными на всех режимах работы ОУ – самонастройка отключена. График выхода системы, полученный в результате эксперимента, приведен на рис. 2. Для наглядности длительность каждого режима сокращена до 200 с.

Как видно из рис. 2, ПИД-регулятор не может обеспечить требуемую точность системы ни на одном из режимов. Следовательно, необходимо применять самонастраивающийся ПИД/И регулятор.

Эксперимент 2. Регулятор с самонастройкой. Параметры модели ОУ изменяются согласно табл. 1. Функционирует самонастраивающийся ПИД/И регулятор. Частоты испытательного сигнала $\omega_1 = 0, 0625$ рад/с и $\omega_2 = 0, 1250$ рад/с. Амплитуды испытательного сигнала самонастраиваются при желаемом коэффициенте влияния испытательного сигнала $K_v^* = 1, 3$ и допуске на коэффициент влияния испытательного сигнала $\Delta = 0, 2$. ПИД-регулятор синтезируется по формулам (6) при $\lambda^{[i]} = \frac{\hat{T}^{[i]}}{4}$ ($i = 1, 2, \dots, 8$). Относительная точность идентификации $\theta = 0, 05$.

График выхода системы, полученный в результате эксперимента, приведен на рис. 3, а. На рис. 3, б приводится график разности модулей достигнутой и идеальной ошибок слежения ($|\xi^{[i]}(t)| = |\varepsilon^{[i]}(t)| - |\varepsilon^{[i]*}(t)|$) на всех 8-ми режимах. На рис. 3, в приводится укрупнённый график разности ошибок слежения $\xi^{[i]}(t)$, где пунктирной линией обозначен момент подключения И-регулятора (в момент времени 5608,05 с) на 5-м режиме работы ОУ. На рис. 3, г приводится укрупнённый график $\xi^{[i]}(t)$ на 6-м режиме. На рис. 3, а–г штриховые вертикальные линии обозначают моменты изменения режима ОУ, а штрих-пунктирные линии – моменты окончания самонастройки. В табл. 2 приведены результаты идентификации на каждом режиме и достигнутый коэффициент влияния испытательного сигнала $K_v^{[i]}$. Серым цветом выделены режи-

мы, на которых происходило подключение И-регулятора.

Анализируя графики и табл. 2, полученные в результате эксперимента, приходим к выводам: из рис. 3, а видно, что условие (7) выполняется; из рис. 3, б–3, г видно, что на каждом режиме при завершении самонастройки разность модулей достигнутой и идеальной ошибок слежения невелика; из последнего столбца табл. 2 видно, что условие (9) на каждом режиме выполняется.

Таблица 2. Результаты эксперимента 2

Номер режима	k_p	\hat{k}_p	T, c	\hat{T}	τ, c	$\hat{\tau}$	$K_v^{[2]}$
1	3,51	2,90	3,22	2,17	0,61	1,81	1,23
2	2,73	2,70	1,49	0,21	0,47	0,25	1,23
3	2,16	1,67	2,20	1,86	1,75	1,31	1,16
4	1,05	0,89	6,90	5,88	1,16	2,07	1,20
5	1,49	1,42	2,63	2,13	1,33	2,27	1,29
6	3,97	3,39	3,69	3,40	0,38	0,36	1,11
7	3,89	4,14	2,53	2,73	1,25	1,28	1,13
8	2,29	1,60	6,13	5,57	1,27	1,63	1,16

6. Заключение

В статье предлагается самонастраивающийся ПИД/И регулятор, предназначенный для управления объектами, параметры которых могут существенно изменяться внутри известных границ, причем объект управления подвержен воздействию неизвестных внешних возмущений. Для решения проблемы идентификации при нарушении устойчивости замкнутой системы в результате значительного изменения параметров ОУ предложено на время идентификации подключать И-регулятор. Получены формулы синтеза И-регулятора, обеспечивающего устойчивость замкнутой си-

стемы при любом сочетании параметров ОУ, находящихся внутри известных границ. Проанализировано влияние частот гармоник испытательного сигнала на точность идентификации за заданное время. Сформирован алгоритм самонастройки амплитуд гармоник испытательного сигнала и предложены условия завершения идентификации при достижении необходимой относительной точности. Проведены экспериментальные исследования, которые продемонстрировали эффективность предлагаемого самонастраивающегося ПИД/И регулятора.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1. Опустим индекс режима $[i]$ в выкладках. Частотная передаточная функция объекта (1) имеет вид

$$(П.1) \quad W_p(j\omega_k) = \frac{k_p(\cos \omega_k \tau - j \sin \omega_k \tau)}{1 + jT\omega_k} = \alpha_k + j\beta_k, \quad k = 1, 2,$$

откуда легко получить

$$(П.2) \quad k_p \cos \omega_k \tau = -T\beta_k \omega_k + \alpha_k, \quad -k_p \sin \omega_k \tau = T\omega_k \alpha_k + \beta_k, \quad k = 1, 2.$$

Исключая запаздывание, получим систему

$$k_p^2 - (\alpha_k^2 + \beta_k^2)\omega_k^2 T^2 = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad k = 1, 2,$$

решение которой дает формулы для T^2 и k_p^2 .

Для определения запаздывания разделим в системе (П.2) второе уравнение на первое:

$$(П.3) \quad \operatorname{tg} \omega_k \tau = \frac{T\omega_k \alpha_k + \beta_k}{T\omega_k \beta_k - \alpha_k} \quad k = 1, 2.$$

Частота испытательного сигнала ω_1 удовлетворяет условию (17в), и уравнение (П.3) при $k = 1$ дает выражение для τ .

Доказательство утверждения 2. После преобразования (19) получим

$$\Delta_{T^2} = \frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2) - (2\beta_1\delta_\beta + \delta_\beta^2)}{\omega_1^2(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \mu^2\omega_1^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2) + \omega_1^2(2\beta_1\delta_\beta + \delta_\beta^2)} - T^2.$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на $\omega_1^2(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \mu^2\omega_1^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)$ и учитывая (17a), получим

$$(П.4) \quad \Delta_{T^2} = -\frac{\nu(\frac{1}{\omega_1^2} + T^2)}{1 + \nu}, \quad \text{где } \nu = \frac{2\beta_1\delta_\beta + \delta_\beta^2}{(\alpha_1^2 + \beta_1^2)\omega_1^2 - (\alpha_2^2 + \beta_2^2)\mu^2\omega_1^2}.$$

Имея из (П.1) следующие выражения:

$$(П.5) \quad \beta_1 = -\frac{k_p(T\omega_1 \cos \omega_1\tau + \sin \omega_1\tau)}{T^2\omega_1^2 + 1}, \quad \alpha_k^2 + \beta_k^2 = \frac{k_p^2}{T^2\omega_k^2 + 1}, \quad k = 1, 2,$$

и подставляя их в (П.4), находим, что

$$(П.6) \quad \Delta_{T^2} = \frac{\delta_\beta[\delta_\beta(T^2\omega_1 + \frac{1}{\omega_1}) - 2k_p(T \cos \omega_1\tau + \frac{\sin \omega_1\tau}{\omega_1})](T^2\omega_1^2 + 1)(T^2\mu^2\omega_1^2 + 1)}{\omega_1[k_p^2(\mu^2 - 1) + \delta_\beta(2k_p(T\omega_1 \cos \omega_1\tau + \sin \omega_1\tau) - \delta_\beta(T^2\omega_1^2 + 1))(T^2\mu^2\omega_1^2 + 1)]}.$$

Вычисляя предел выражения (П.6):

$$\lim_{\omega_1 \rightarrow 0} \Delta_{T^2} = \infty,$$

видим, что ошибка идентификации в определении постоянной времени становится недопустимо большой при стремлении частоты ω_1 гармоники испытательного сигнала к нулю.

Доказательство утверждения 3. Из выражения (П.4) видно, что величина Δ_{T^2} будет превышать любое наперёд заданное число при $\nu = -1$, что эквивалентно с учетом (П.5) равенству

$$\frac{(2\delta_\beta k_p T_c - \delta_\beta^2 T_1)T_\mu}{k_p^2(\mu^2 - 1)} = -1, \quad \text{где } T_c = T\omega_1 \cos(\omega_1\tau) + \sin(\omega_1\tau),$$

$$T_1 = T^2\omega_1^2 + 1, \quad T_\mu = T^2\mu^2\omega_1^2 + 1.$$

Это равенство выполняется при

$$\delta_{\beta 1} = k_p \frac{T_c T_\mu + \sqrt{T_\mu(T_c^2 T_\mu + T_1(\mu^2 - 1))}}{T_1 T_\mu}, \quad \delta_{\beta 2} = k_p \frac{T_c T_\mu - \sqrt{T_\mu(T_c^2 T_\mu + T_1(\mu^2 - 1))}}{T_1 T_\mu},$$

что всегда существует.

Доказательство утверждения 4. Рассмотрим частотную передаточную функцию разомкнутого контура (1), (24), (5)

$$W_{loop}(j\omega) = \frac{k_i k_p e^{-j\omega\tau}}{(j - T\omega)\omega}.$$

Для определения границы на коэффициент k_i И-регулятора найдем наименьшую частоту ω_u точки пересечения АФЧХ с действительной осью из уравнения

$$\text{Im} [w_{loop}(j\omega_u)] = \frac{k_i k_p (T\omega_u \sin \omega_u \tau - \cos \omega_u \tau)}{(T^2 \omega_u^2 + 1)\omega_u} = 0.$$

Отсюда следует уравнение

$$T\omega_u \sin \omega_u \tau = \cos \omega_u \tau,$$

которое можно записать в виде (26). Искомое однозначное решение полученного уравнения можно определить в диапазоне (27).

Зная частоту ω_u , границу на k_i определяем из условия устойчивости замкнутой системы

$$\text{Re} [w_{loop}(j\omega_u)] = -\frac{k_i k_p (\sin \omega_u \tau + T\omega_u \cos \omega_u \tau)}{(T^2 \omega_u^2 + 1)\omega_u} > -1,$$

откуда получаем

$$(П.7) \quad 0 < k_i < \frac{\omega_u}{k_p \sin \omega_u \tau}.$$

Очевидно, что правая граница на k_i будет изменяться в зависимости от того, какие значения примут параметры ОУ. Поэтому определим минимум правой границы с учетом границ (3), при которой И-регулятор будет обеспечивать устойчивость замкнутой с ОУ (1) системы. Для этого, обозначая $l \doteq \frac{\omega_u}{\sin \omega_u \tau}$, определим минимум l :

$$l_{\min} = \inf_{\substack{\tau \leq \tau \leq \bar{\tau} \\ T \leq T \leq \bar{T}}} l \text{ при условии (27).}$$

Достаточно очевидно, что l_{\min} никогда не примет нулевого значения. В результате (П.7) примет вид (25).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ziegler J.G., Nichols N.B.* Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. 1942. 64. 759–768.
2. *Ziegler J.G., Nichols N.B.* Process lags in automatic-control circuits // Trans. ASME. 1943. 65:5. P. 433–443.
3. *Nishikawa Y., Sannomiya N., Ohta T., Tanaka H.* A method for auto-tuning of PID control parameters // Automatica. 1984. 20. P. 321–332.
4. *Astrom K.J., Hagglund T.* Advanced PID Control // ISA. 2006. Research Triangle Park, North Carolina.
5. *Шубладзе А.М., Кузнецов С.И.* Автоматически настраиваемые промышленные ПИ и ПИД регуляторы // Автоматизация в промышленности. 2007. № 2. С. 15–17.
6. *Шубладзе А.М., Гуляев С.В., Малахов В.Р., Ольшванг В.Р.* Адаптивный ПИД-регулятор // Датчики и системы. 2008 №1, С. 20–23.
7. *Ротач В.Я., Кузищин В.Ф., Петров С.В.* Настройка регуляторов по переходным характеристикам систем автоматического управления с использованием преобразования Фурье // Автоматизация в промышленности. 2010. №1. С. 14–18.
8. *Astrom K.J., Hagglund T.* Automatic Tuning and Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins // Automatica. 1984. Vl. 20. No. 5. P. 645–651.
9. *Ротач В.Я.* Теория автоматического управления. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Издательский дом МЭИ, 2008.

10. *Astrom K.J., Hagglund T., Hang C.C., Ho W.K.* Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers. A Survey // *Control Engin. Practice*. 1993. Vl. 1. P. 699–714.
11. *Александров А.Г.* Частотный алгоритм адаптивного управления // *Межвуз. науч. сб. “Аналитические методы синтеза регуляторов”*. Саратов: Сарат. политех. ин-т, 1984. С. 8–13.
12. *Трефилов П.А.* Частотный адаптивный регулятор ЧАР-1 // *Межвуз. науч. сб. “Аналитические методы синтеза регуляторов”*. Саратов: Сарат. политех. ин-т, 1984. С. 36–43.
13. *Александров А.Г.* Адаптивное управление объектом с запаздыванием // *Тр. IX Межд. Четаевской конф. “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением”*, посвящ. 105-летию Н.Г. Четаева. Том. 3. Управление и оптимизация. Иркутск: Инст. дин. сис. и теор. упр. Сиб. отд. РАН. 2007. С. 6–13.
14. *Мазуров В.М., Литюга А.В., Спицын А.В.* Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2002. №1. С. 28–33.
15. *Visioli A.* Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID controllers // *Proc. of 15th Triennial World Congress*. Barselona, 2002. Preprints. Spain. P. 666–671.
16. *Льюнг Л.* Идентификация систем. М.: Наука, 1991.
17. *Александров А.Г.* Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // *АиТ*. 2000. №2. С. 106–116.
18. *Alexandrov A.G.* Finite-frequency identification: selftuning of test signal // *Preprints 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 3-8 July 2005*, CD-ROM.

Александров Альберт Георгиевич, *ИПУ РАН, в.н.с., Москва, alex7@ipu.ru*

Паленов Максим Владимирович, *ИПУ РАН, ст. инж., Москва, max_elek@mail.ru*

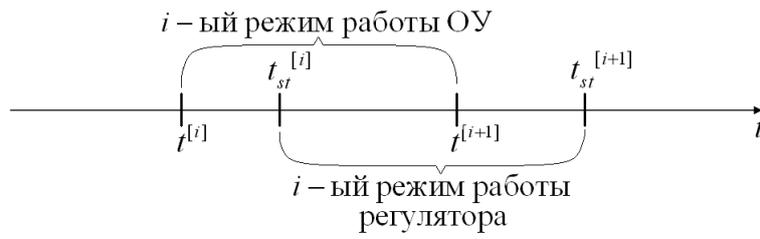


Рис. 1. Временные интервалы работы ОУ и ПИД-регулятора

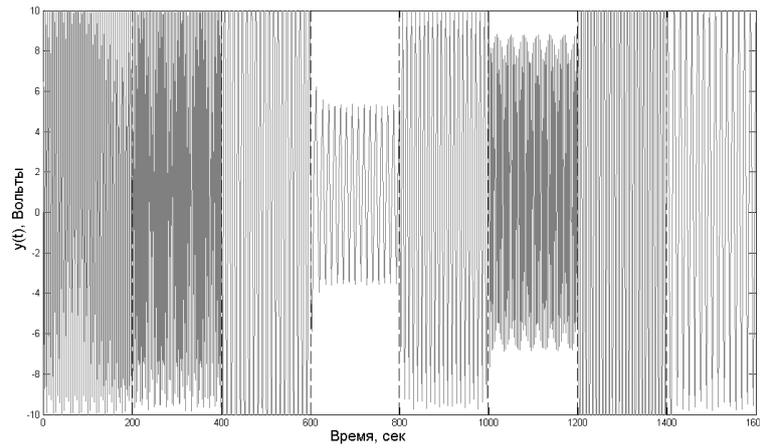


Рис. 2. Выход системы без самонастройки

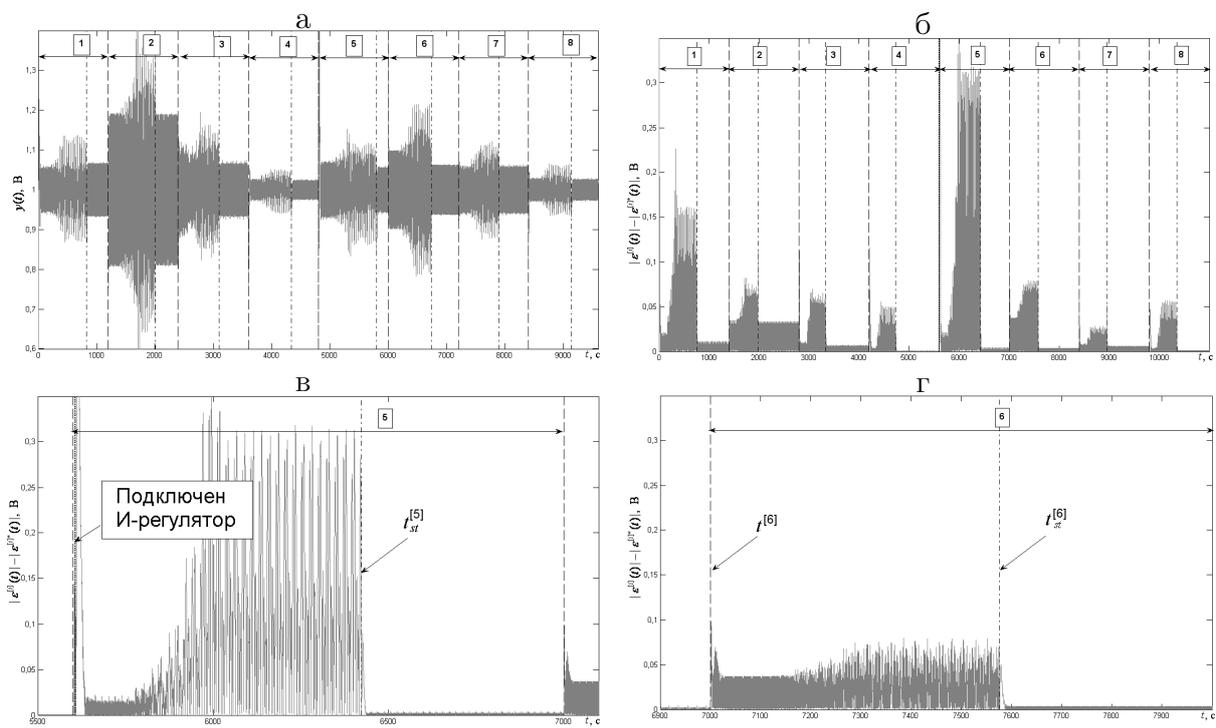


Рис. 3. Результаты второго эксперимента.